Corte Puro

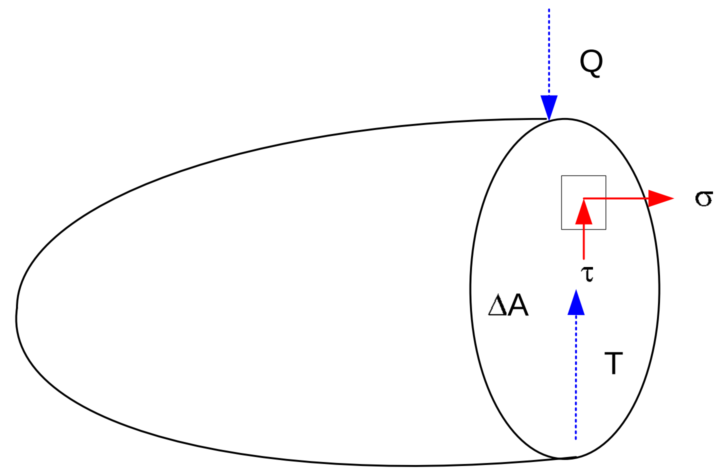
Clase 7

Teorema de Cauchy, Torsión Uniforme: secciones circulares, Transmisión de Potencia

Fuerzas Cortantes

1º Paso:

a) $df = \sigma.dA$ $dq = \tau.dA$



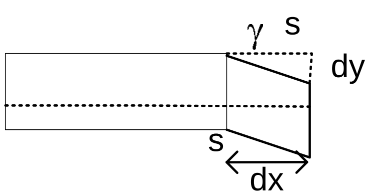
b) $\int_A \sigma dA = 0$ $\int_A \sigma.y.dA = 0$

$\int_A \tau_y dA = T_y$ $\int_A \sigma.z.dA = 0$

$\int_A \tau_z dA = T_z$ $\int_A \tau.\rho.dA = 0$

2º Paso:

a)



$$\varepsilon = 0$$

$$\lambda = \frac{dy}{dx} = cte$$

b) $\sigma = \varepsilon.E \rightarrow \quad \sigma = 0$

$\tau = \gamma.G \rightarrow \quad \tau = G.\frac{dy}{dx} = cte$

3º Paso:

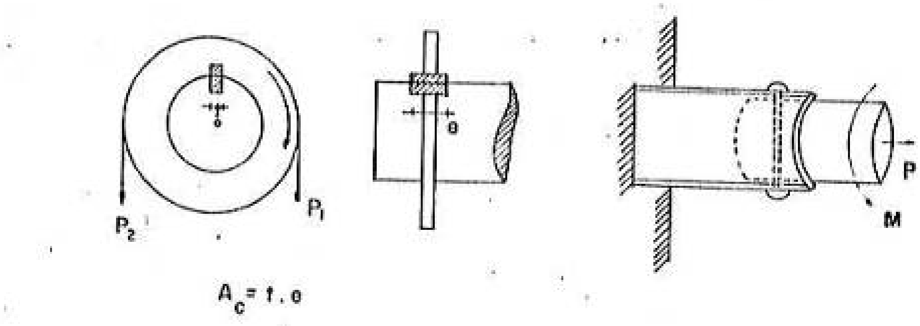
$\int_A \tau dA = T \qquad \tau.\int_A dA = T \qquad \tau = \frac{T}{A} \qquad \sigma = 0$

Fuerzas Cortantes

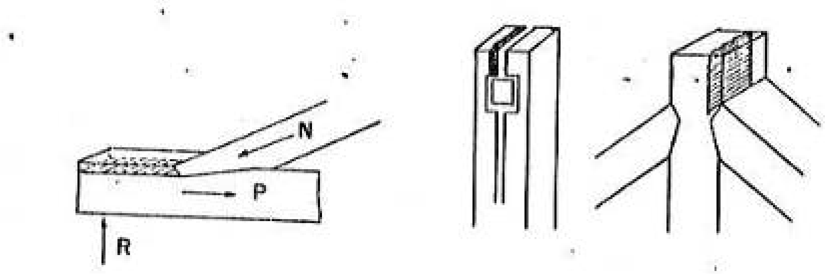
Limitaciones de la Fórmula:

- La carga debe ser centrada. Mf despreciable
- La carga debe ser estática
- La pieza debe ser de un mismo material. G=cte.
- EL material debe ser homogéneo
- La pieza no debe tener tensiones iniciales o residuales

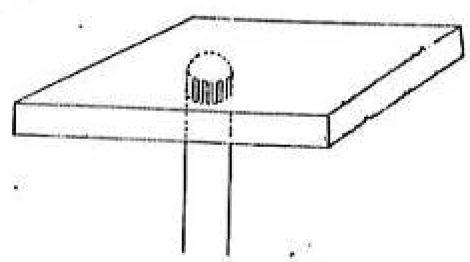
Chavetas y pasadores



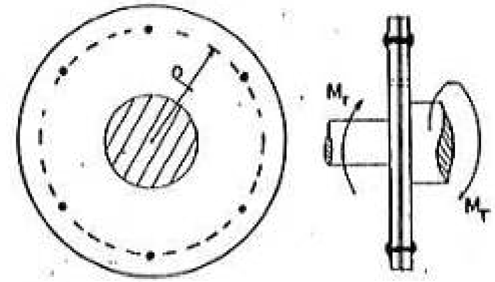
UNIONES DE ESTRUCTURA DE MADERA



PUNZONAMIENTO

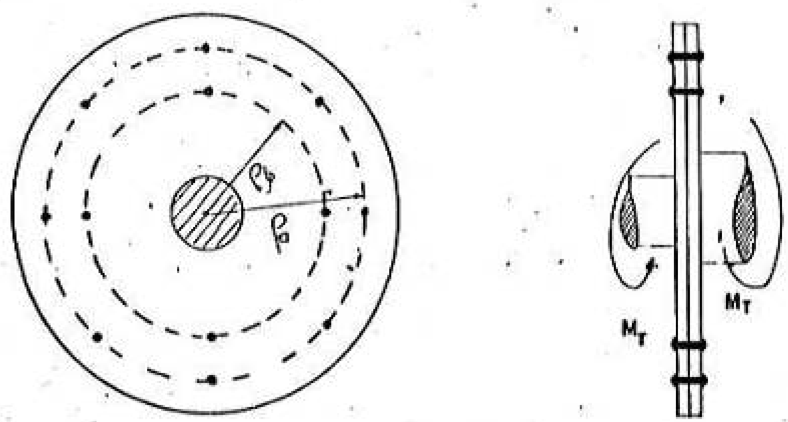


Acoples



$$M_T = \sum \tau A \rho$$

$$\tau = \frac{M_T}{\rho \, n A}$$



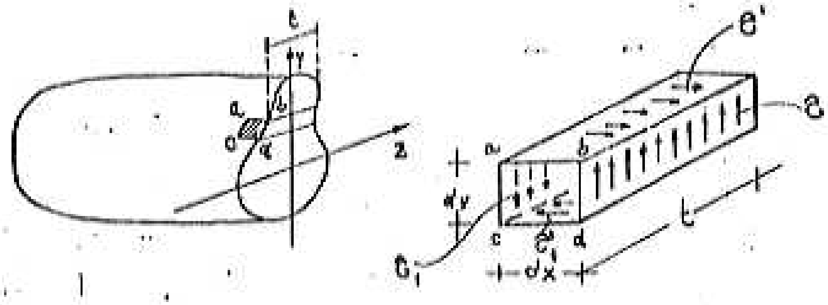
$$\sum_{i=n} \tau_a \rho_a A_{ai} + \sum_{i=m} \tau_b \rho_b A_{bi} = M_T$$

① $\tau_a \rho_a \, n A_a + \tau_b \rho_b \, m A_b = M_T$ o bien $n F_a \rho_a + m F_b \rho_b = M_T$

② $\dfrac{\tau_a}{\rho_a} = \dfrac{\tau_b}{\rho_b}$; $\dfrac{F_a}{\rho_a A_a} = \dfrac{F_b}{\rho_b A_b}$

SI LAS AREAS SON IGUALES $\dfrac{F}{\rho_a} = \dfrac{F}{\rho_b}$

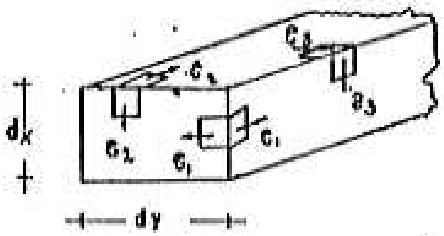
Teorema de Cauchy



$\Sigma Y = 0 \qquad \tau\, t\, dy = \tau_1\, t\, dy \;\; \ldots \qquad \tau = \tau_1$

$\Sigma X = 0 \qquad \tau'\, t\, dx = \tau'_1\, t\, dy \qquad \tau' = \tau'_1$

$\Sigma M = 0 \qquad \tau\, t\, dy - \tau'\, t\, dy = 0 \qquad \boxed{\tau = \tau'}$



PROBLEMAS PRINCIPALES

a) VERIFICACION

$\tau \leq \bar{\tau} \qquad \tau = \dfrac{T_{TRABAJO}}{A} \leq \bar{\tau}$

O BIEN $\quad \bar{T} \geq T_{TRABAJO} \qquad \bar{T} = \bar{\tau} A \geq T_{TRABAJO}$

b) DIMENSIONAMIENTO

$A_{NECESARIA} = \dfrac{T_{TRABAJO}}{\bar{\tau}}$

Piezas sometidas a Torsión

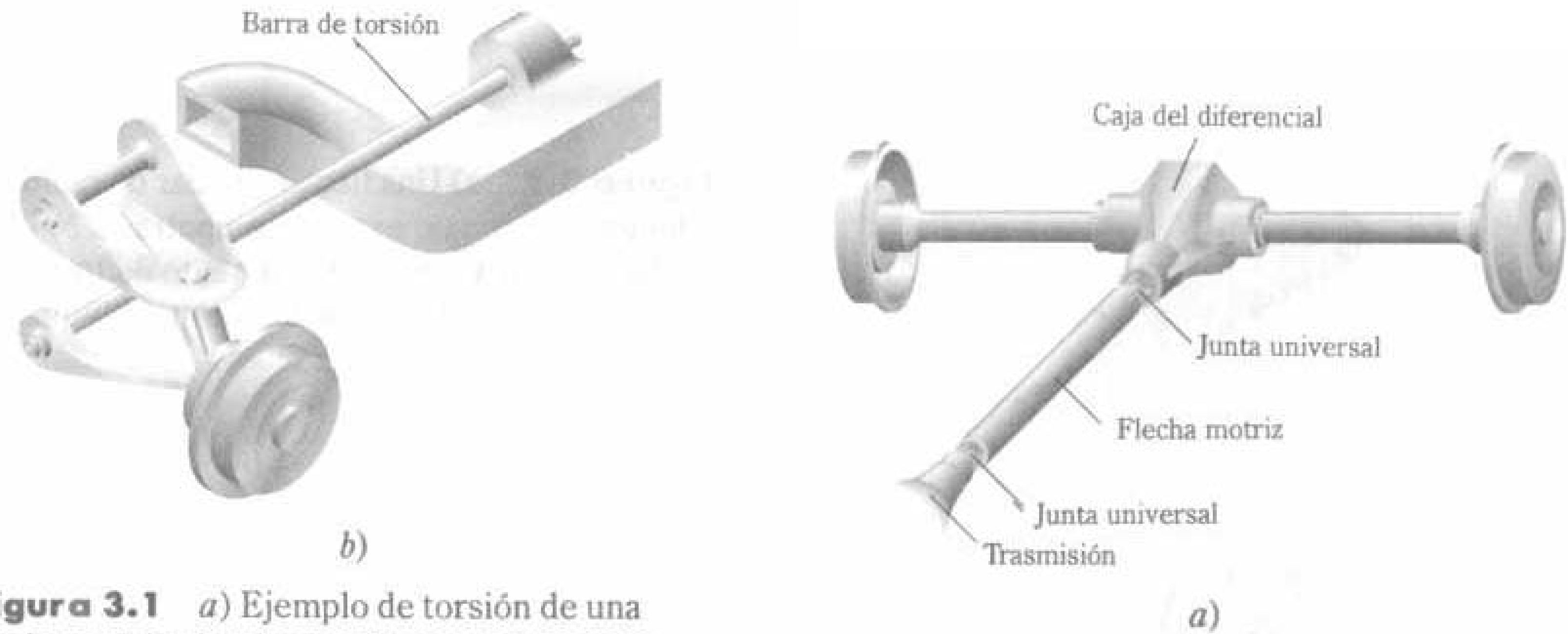
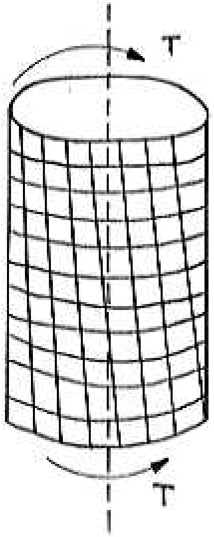
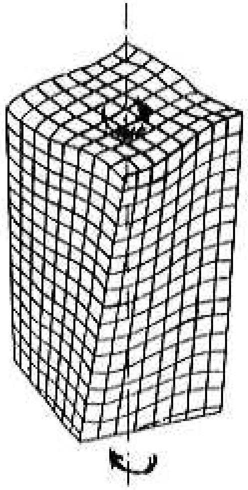


Figura 3.1 *a*) Ejemplo de torsión de una flecha motriz circular en el tren motriz de un automóvil. *b*) Barra de torsión en la suspensión delantera de un automóvil.

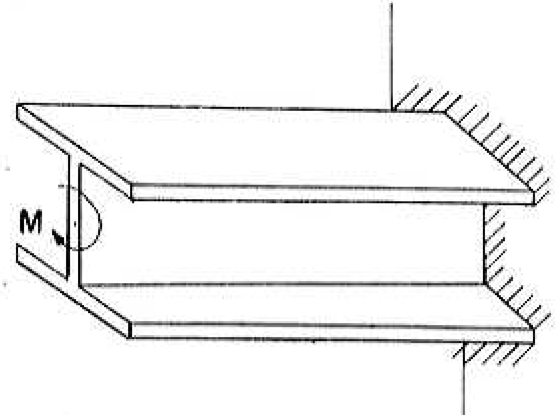
Torsión

Torsión Uniforme

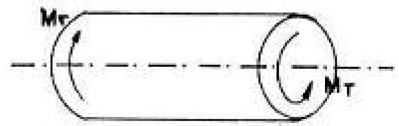




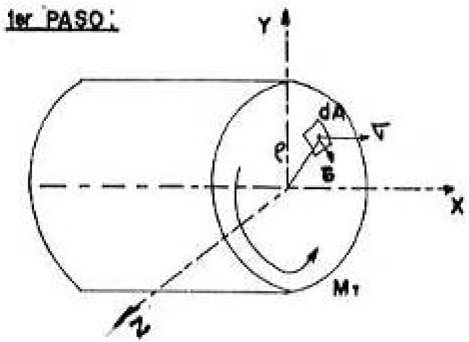
Torsión no Uniforme



Barras de sección circular



1er PASO:



a) $df = \sigma \, dA$ $\quad$ $dq = \tau \, dA$

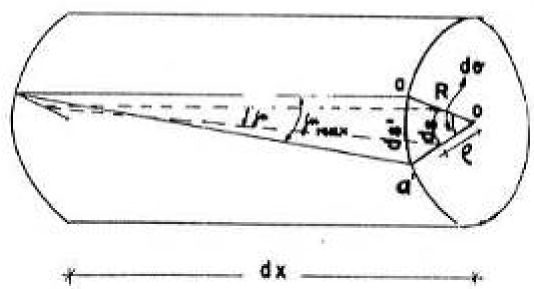
b) $\int \sigma \, dA = 0$ $\quad$ $\int \sigma \, y \, dA = 0$

$\int \tau \, dA = 0$ $\quad$ $\int \sigma \, z \, dA = 0$

$\int \tau \, \rho \, dA = M_T$

2do PASO:

a)



$tg\,\gamma = \gamma = \frac{ds}{dx} = \rho \frac{d\theta}{dx}$

$\gamma_{max} = \frac{ds'}{dx} = \frac{R\,d\theta}{dx}$

$\frac{\gamma}{\gamma_{max}} = \frac{\rho}{R}$

b) $\sigma = \varepsilon E$; $\tau = G\gamma$

$\frac{\tau}{\tau_{max}} = \frac{G\gamma}{G\gamma_{max}} = \frac{\rho}{R}$ $\qquad$ $\frac{\tau}{\rho} = \frac{\tau_{max}}{R} = K = CTE$ $\qquad$ $\boxed{\tau = K\rho}$

Cinemática de las deformaciones

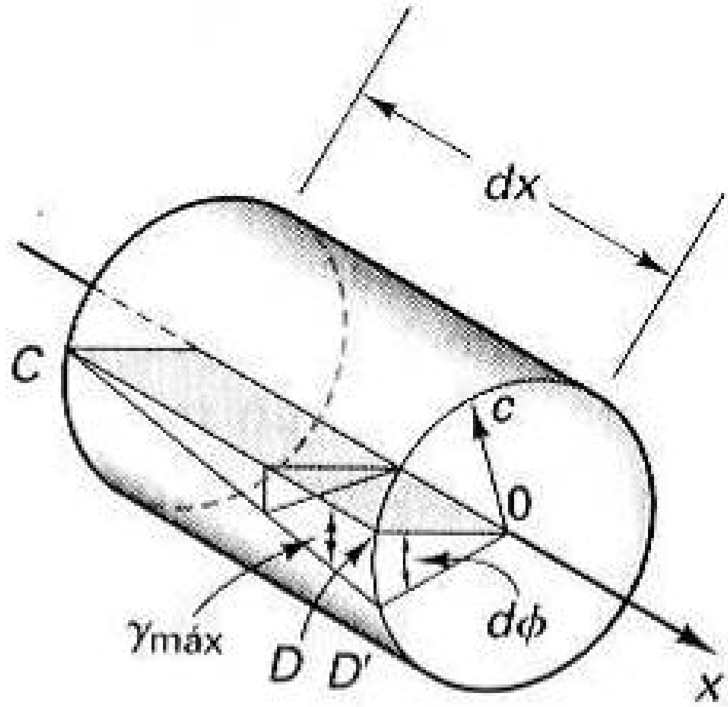


Fig. 6-16 Deformación de un elemento de barra circular debido a un par de torsión.

Cinemática de las deformaciones

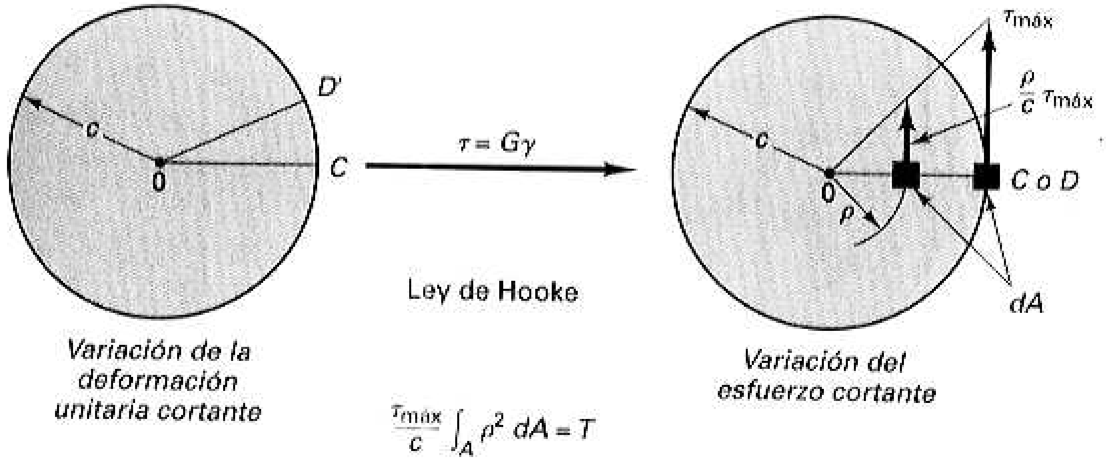


Fig. 6-4 Hipótesis de la deformación unitaria cortante que conduce a una distribución del esfuerzo cortante elástico en un miembro circular.

$$\int_A \underbrace{\underbrace{\underbrace{\frac{\rho}{c}\tau_{\text{máx}}}_{\text{esfuerzo}}\;\underbrace{dA}_{\text{área}}}_{\text{fuerza}}\;\underset{\text{brazo}}{\rho}}_{\text{par de torsión}} = T$$

Torsión en barras circulares

3er PASO:

$$\tau = \frac{\tau_{max}}{R} \cdot \rho = K \cdot \rho$$

$$\int \tau \, \rho \, dA = M_T$$

$$\int K \rho^2 \, dA = M_T$$

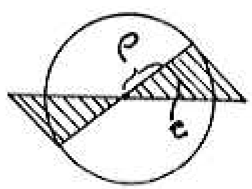
$$K \int \rho^2 \, dA = M_T$$

$$\int \rho^2 \, dA = I_p$$

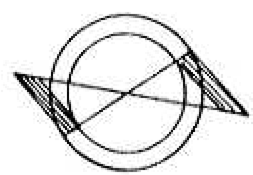
$$K = \frac{\tau}{\rho}$$

$$\frac{\tau}{\rho} \cdot I_p = M_T$$

$$\boxed{\tau = \frac{M_T \, \rho}{I_p}}$$



SECCION LLENA



SECCION HUECA

Torsión en barras circulares

LIMITACIONES DE LA FORMULA

1 - LAS CARGAS DEBEN SER ESTATICAS

2 - LA PIEZA NO DEBE TENER TENSIONES INICIALES O RESIDUALES

3 - PARA QUE $\tau = K \rho$; LA SECCION DEBE PERMANECER PLANA . ENTONCES:

a) LA SECCION RECTA DEBE SER CIRCULAR

b) LA PIEZA DEBE SER DE SECCION CONSTANTE

c) EL LIMITE DE PROPORCIONALIDAD NO DEBE SER SOBREPASADO

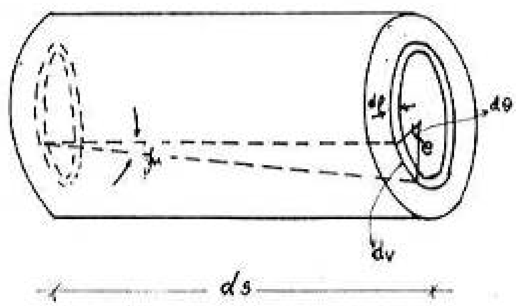
d) LA PIEZA DEBE SER DE UN SOLO MATERIAL

e) EL MATERIAL DEBE SER HOMOGENEO

f) LA FORMULA NO ES VALIDA EN LA CERCANIA DE LA ZONA DE APLICACION DE LAS CARGAS

Torsión Uniforme

a) Secciones Circulares



$$dv = \mu \, ds = \rho \, d\theta \qquad d\theta = \frac{\mu}{\rho} \, ds$$

$$\mu = \frac{\tau}{G} = \frac{M_T \, \rho}{G \, I_p}$$

$$\boxed{d\theta = \frac{M_T}{G \, I_p} \, ds}$$

$$\underline{\psi = \frac{d\theta}{ds} = \frac{M_T}{G \, I_p}}$$

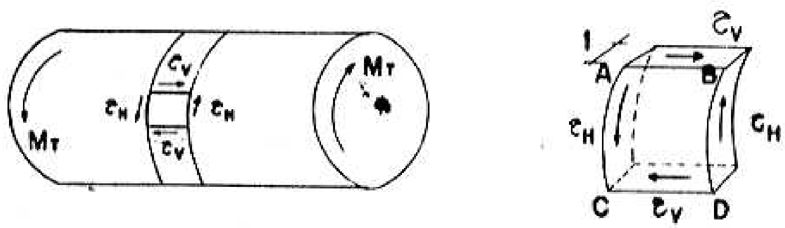
$$\mu = \frac{d\theta}{ds} \rho = \psi \rho \quad ; \quad \underline{\mu = \psi \rho} \qquad \underline{\tau = G \psi \rho}$$

$$\underline{\theta = \int_0^{\ell} \frac{M_T \, ds}{G \, I_p}}$$

Si M_T ; G ; I_p son CTES $\qquad \underline{\theta = \dfrac{M_T \, \ell}{G \, I_p}}$

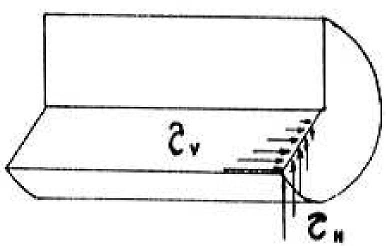
Torsión Uniforme

TENSION CORTANTE LONGITUDINAL

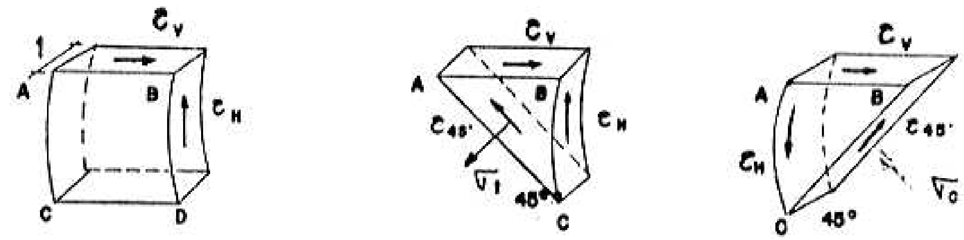


$$\overline{AC}\cdot 1\cdot \tau_H \cdot \overline{CD} = \overline{AB}\cdot 1\cdot \tau_V\, \overline{BD}$$

$$\tau_H = \tau_V = \tau$$



TENSIONES (DIAGONALES) NORMALES



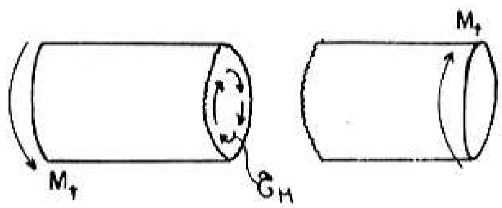
$$\sigma_t\cdot \overline{AC}\cdot 1 = \tau_V\cdot \overline{AB}\cdot 1\cdot \cos 45° + \tau_H\cdot \overline{BC}\cdot 1\cdot \cos 45°$$

$$\sigma_t\; AC = \tau\cdot(\underbrace{AB\cos 45° + BC\cos 45°}_{AC})$$

$$\boxed{\sigma_t = \tau} \qquad \boxed{\sigma_c = \tau}$$

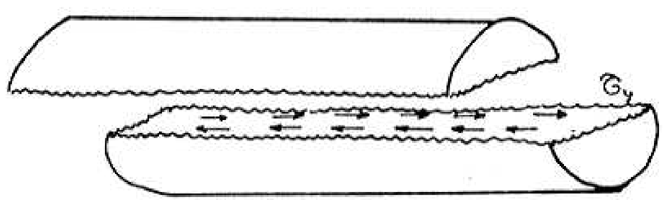
Formas de Falla

a)



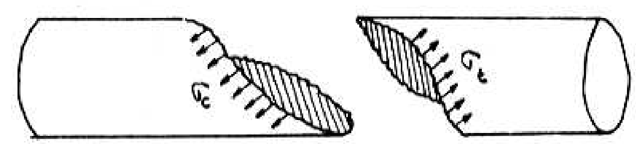
MATERIALES DUCTILES

b)



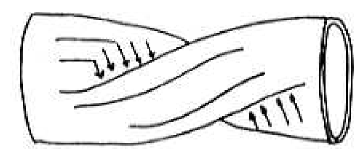
MATERIALES FIBROSOS (MADERA)

c)



MATERIALES FRAGILES

d)



MATERIALES HUECOS DE PAREDES DELGADAS

Fallas por Torsión

Fig. 6-10 Probeta de hierro fundido fracturada por torsión. La fotografía a la derecha muestra la probeta más ampliamente separada.

Fig. 6-11 Parte de un núcleo de una probeta de arenisca fracturada por torsión. (Experimento hecho por D. Pirtz.)

Torsión en secciones no circulares

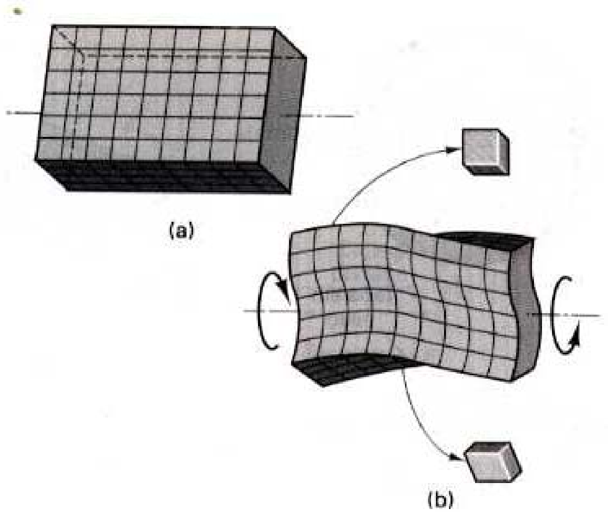


Fig. 6-32 Barra rectangular (a) antes y (b) después de aplicar un par de torsión.

Tabla de coeficientes para barras rectangulares

b/t	1.00	1.50	2.00	3.00	6.00	10.0	∞
α	0.208	0.231	0.246	0.267	0.299	0.312	0.333
β	0.141	0.196	0.229	0.263	0.299	0.312	0.333

$$\boxed{\tau_{máx} = \frac{T}{\alpha b t^2}} \quad \text{y} \quad \boxed{\phi = \frac{TL}{\beta b t^3 G}}$$

$$k_t = \frac{T}{\phi} = \beta b t^3 \frac{G}{L}$$

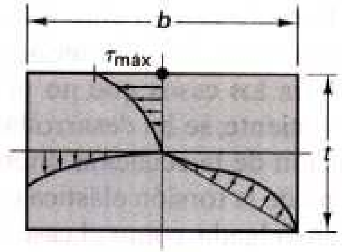


Fig. 6-33 Distribución del esfuerzo cortante en una flecha rectangular sometida a un par de torsión.

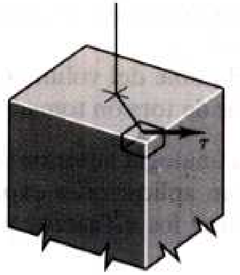


Fig. 6-34 El esfuerzo cortante mostrado no puede existir.

Transmisión de Potencia

En un aro que gira puede estar dsdo en función de su M_t y su velocidad angular ω............. $M_t . \omega = P$

Si un motor debe transmitir cierta potencia en HP y está girando a n revoluciones por minuto, el M_t sobre el arco estará dado en K.m. y C.V.= 75 K.M/s

$$M_T \cdot \frac{2\pi n}{6} = H . 7{,}5 . 100$$

$$M_T = 716{,}2 \; \frac{C.V.}{n} \quad (K.m)$$

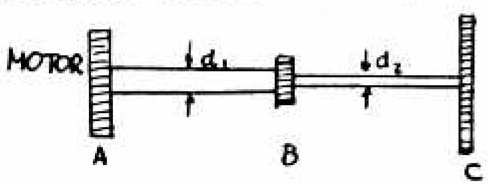
En la práctica suele haber un motor que mueve un eje, una polea u otras máquinas, y entre éstas y el motor se produce un momento torsor actuando, tratando de vencer una inercia.

El máximo diámetro necesario para transmitir la potencia será

$$M_T = \frac{\bar{\tau} . I_p}{\frac{d}{2}} = \frac{\bar{\tau} . \frac{\pi}{32} d^4}{\frac{d}{2}} = \frac{\bar{\tau} . \pi d^3}{16} = \frac{P}{\omega}$$

$$d_{nec} = \sqrt[3]{\frac{16 P}{\bar{\tau} . \pi \omega}} = \sqrt[3]{\frac{16 . 75 \mathcal{P}}{\bar{\tau} . \pi . \frac{2\pi}{60} n}}$$

La potencia dada a A se reparte en B y C



$$P_A = P_B + P_C$$

$$\theta_{AC} = \Sigma \frac{M_T . L}{G I_p}$$

M_T = momento torsor
L = long. donde aquella se mantiene cte.
I_p : inercia polar del