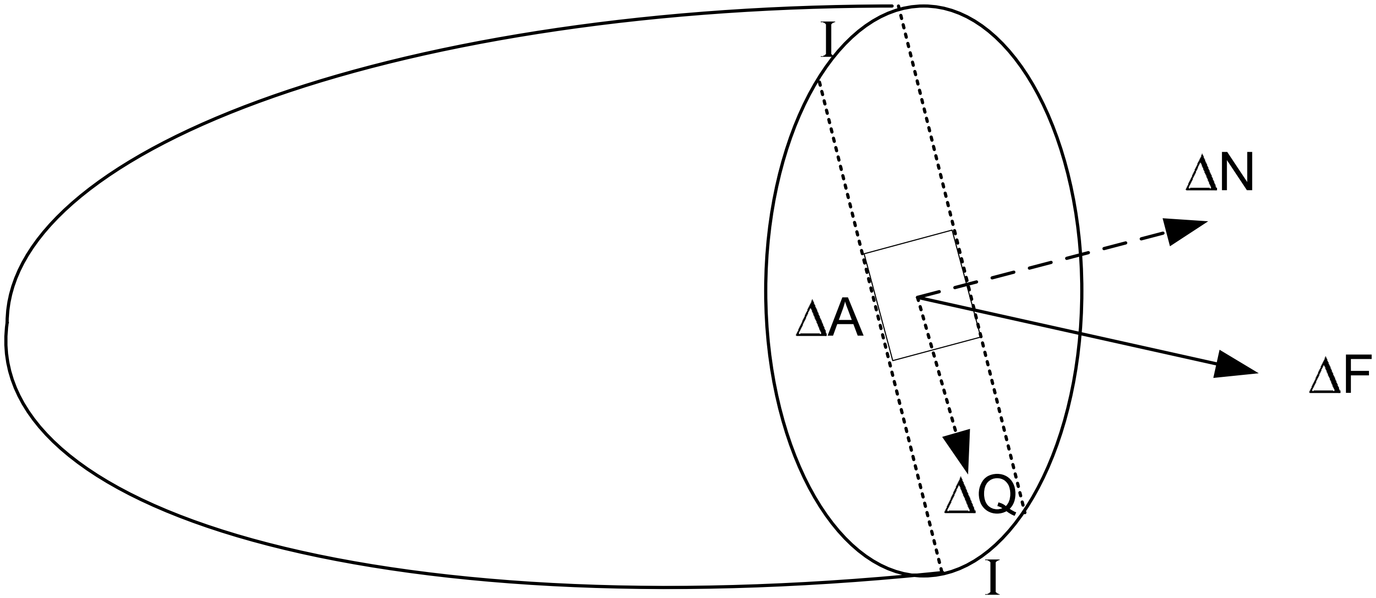
Tensiones

Clase 2

Representación de un elemento, desplazamientos, deformaciones, coeficiente de Poisson, relación entre tensiones y fuerzas internas

Tensiones

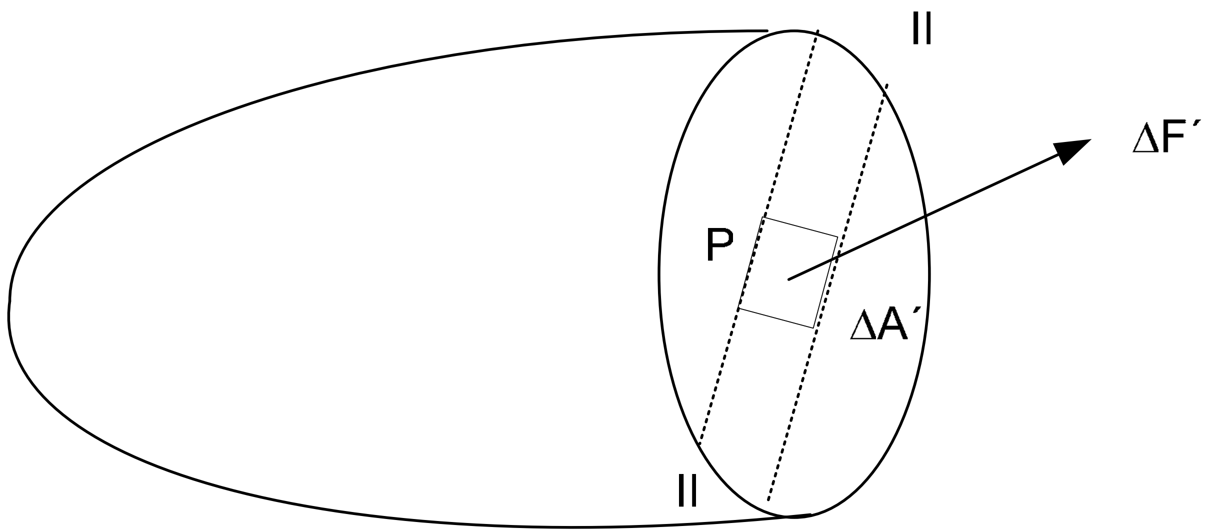


$$\lim_{\Delta A \to o} = \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{df}{dA} = \sigma$$

$$\sigma_n = \lim_{\Delta A \to o} = \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA}$$

$$\tau_n = \lim_{\Delta A \to o} = \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$$

Tensiones



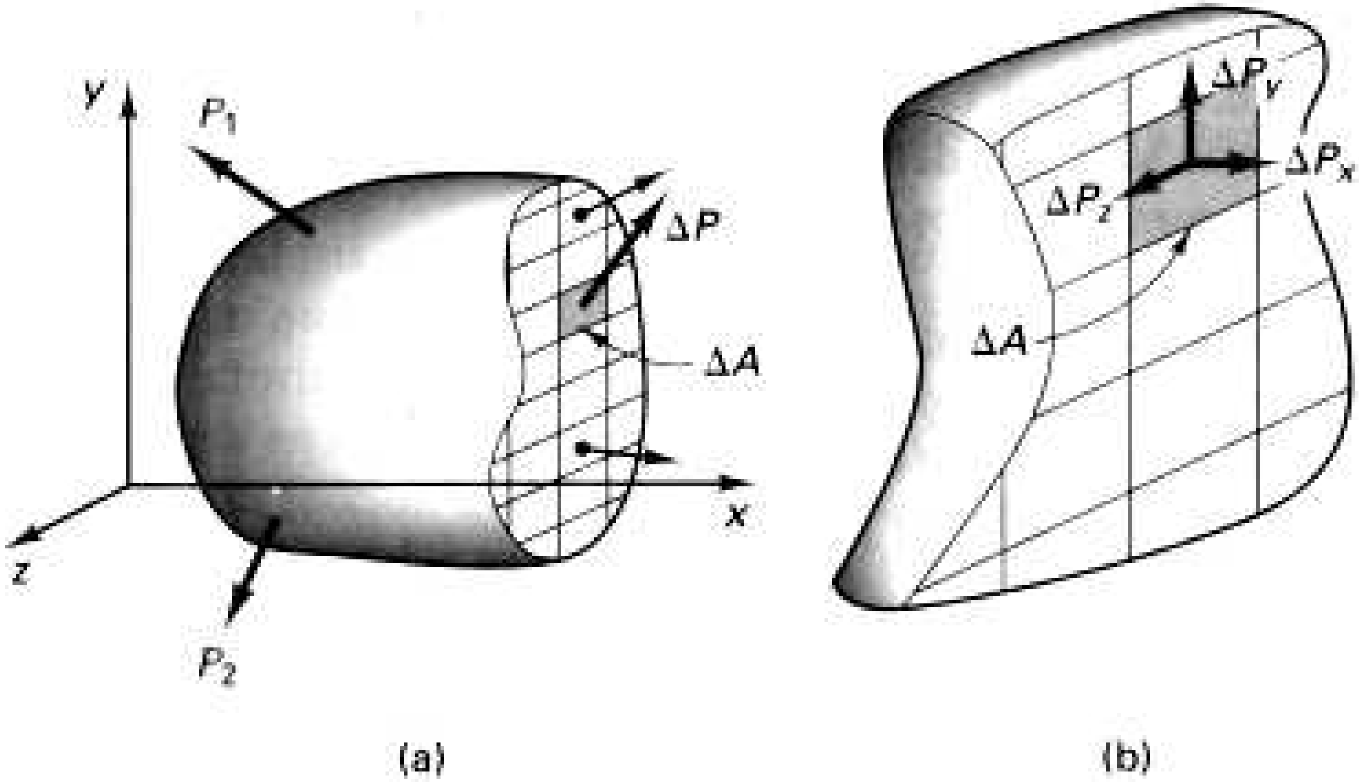
$\Delta F \neq \Delta F'$

Porque:

A) Inclusión y exclusión de Fuerzas Exteriores en ambos lados de los cortes.
B) Variación de los volúmenes de ambas partes con la consistente variación del paso.

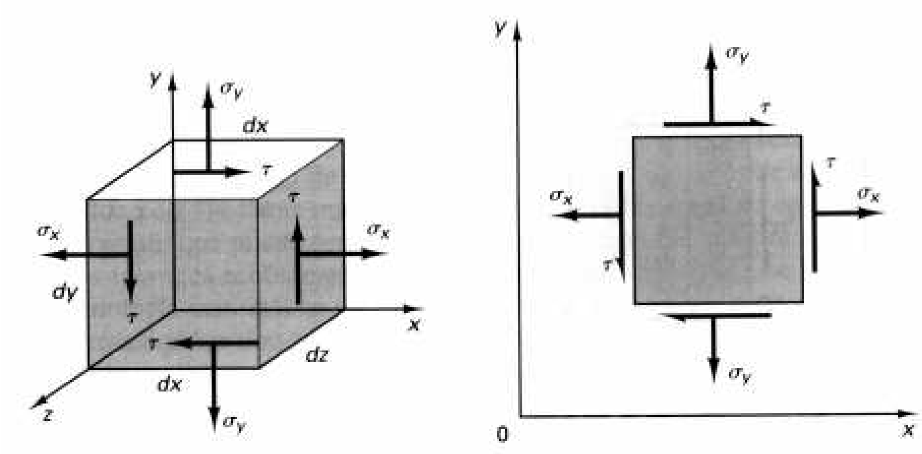
CONCLUSION: por el Punto P, puede pasar una infinidad de planos y por lo tanto una infinidad de valores para las tensiones

Análisis interno de un sólido elástico (1/2)



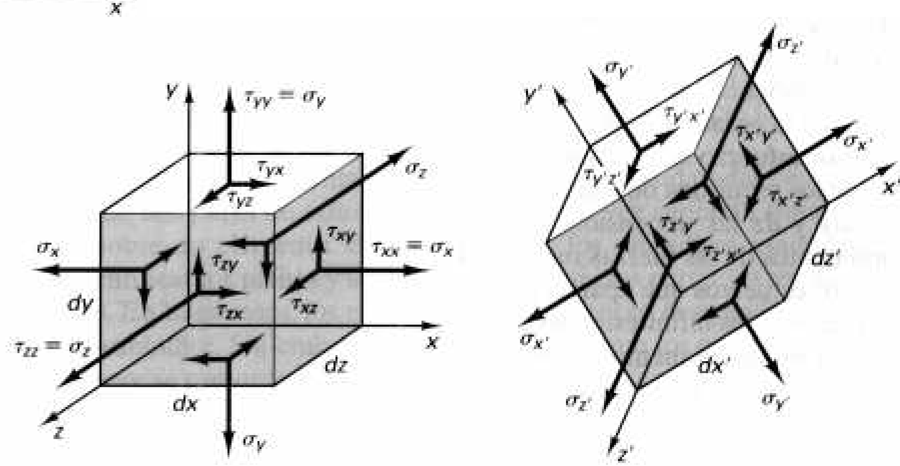
Cuerpo seccionado: (a) cuerpo libre con algunas fuerzas internas, (b) vista amplificada con componentes de $\Delta \boldsymbol{P}$.

Análisis interno de un sólido elástico (2/2)



(a) (b)

Elementos de esfuerzo en un plano.

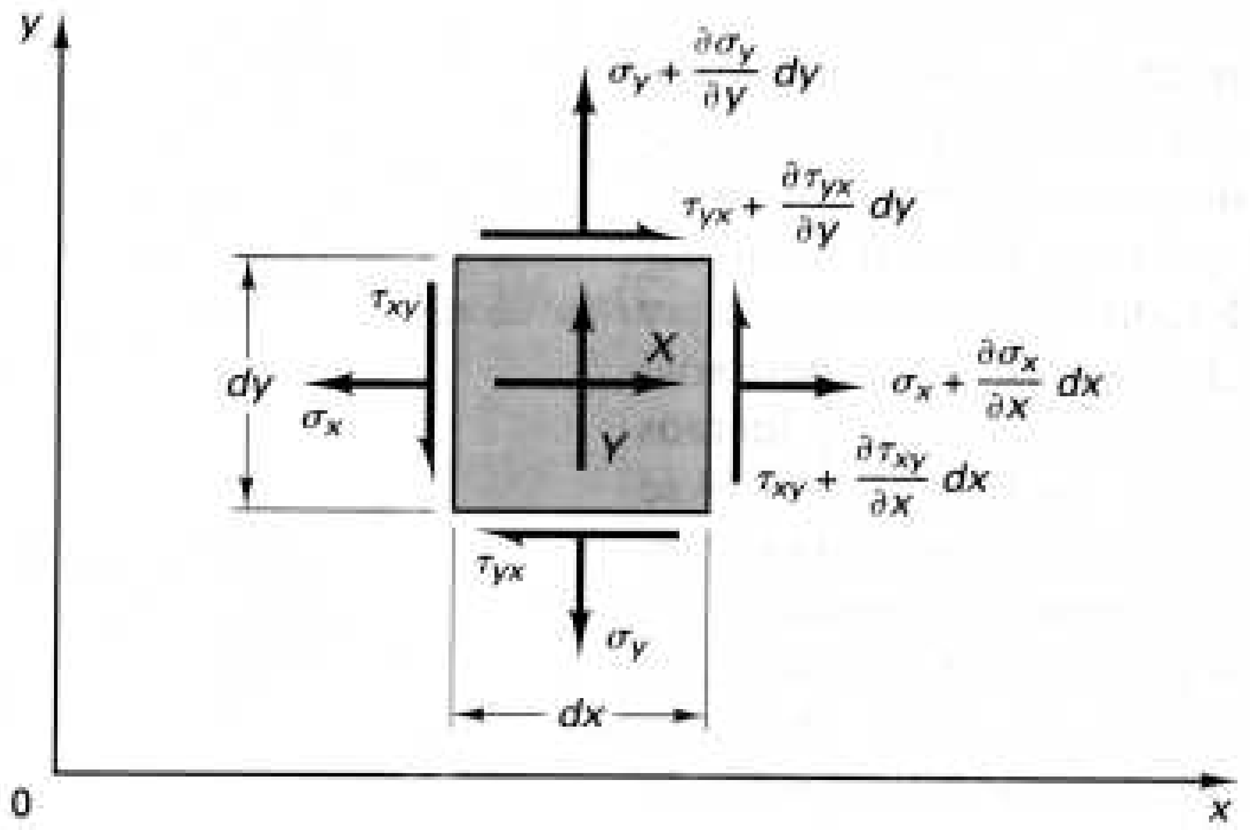


(a) (b)

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

(a) Estado general de esfuerzo actuando sobre un elemento infinitesimal en el sistema coordenado inicial. (b) Estado general de esfuerzo actuando sobre un elemento infinitesimal definido en un sistema girado de ejes coordenados. Todos los esfuerzos tienen sentido positivo.

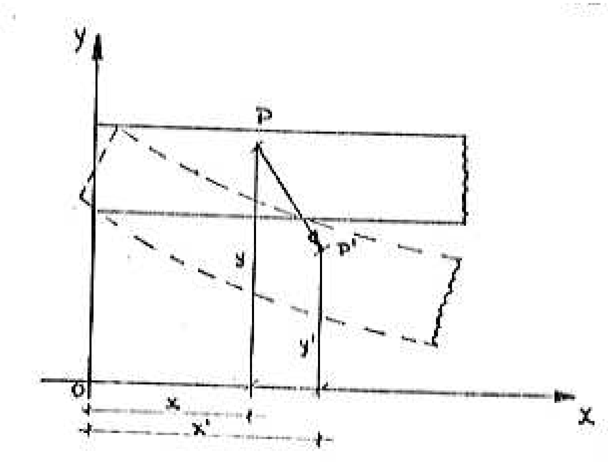
Ecuación diferencial de equilibrio



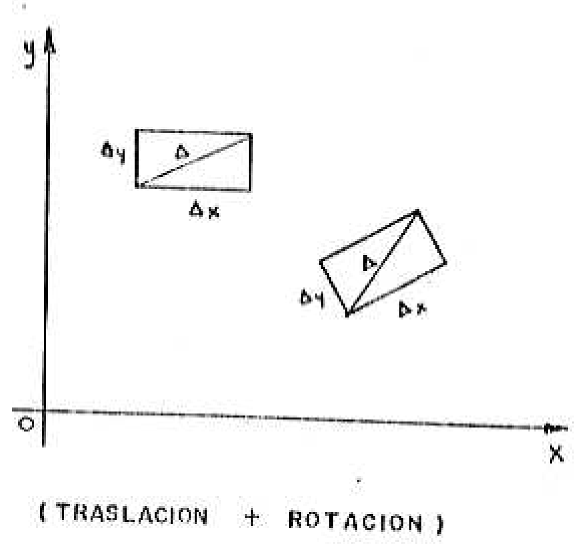
Elemento infinitesimal con esfuerzos y fuerzas de cuerpo.

Desplazamientos

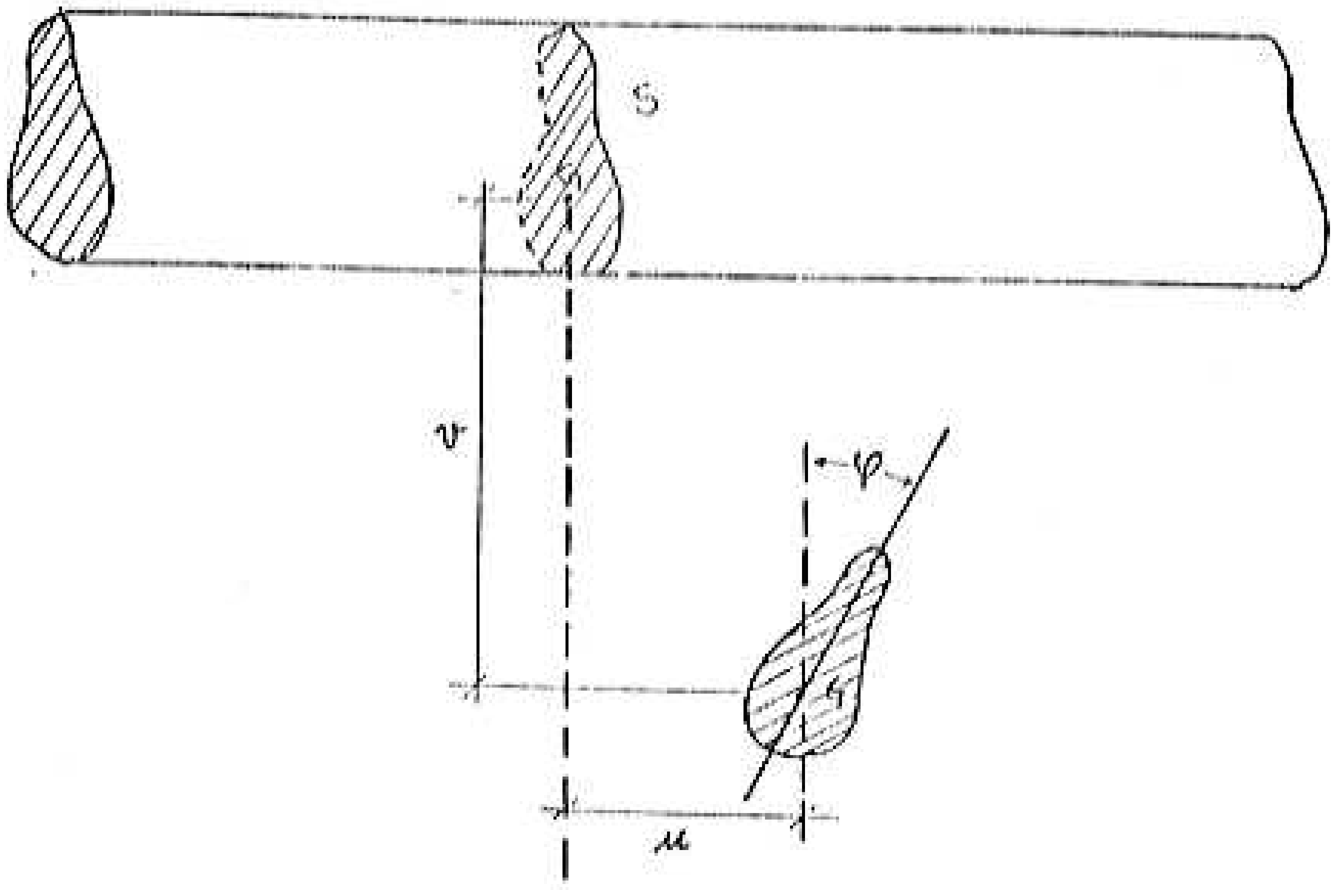
Desplazamiento elástico de un Punto



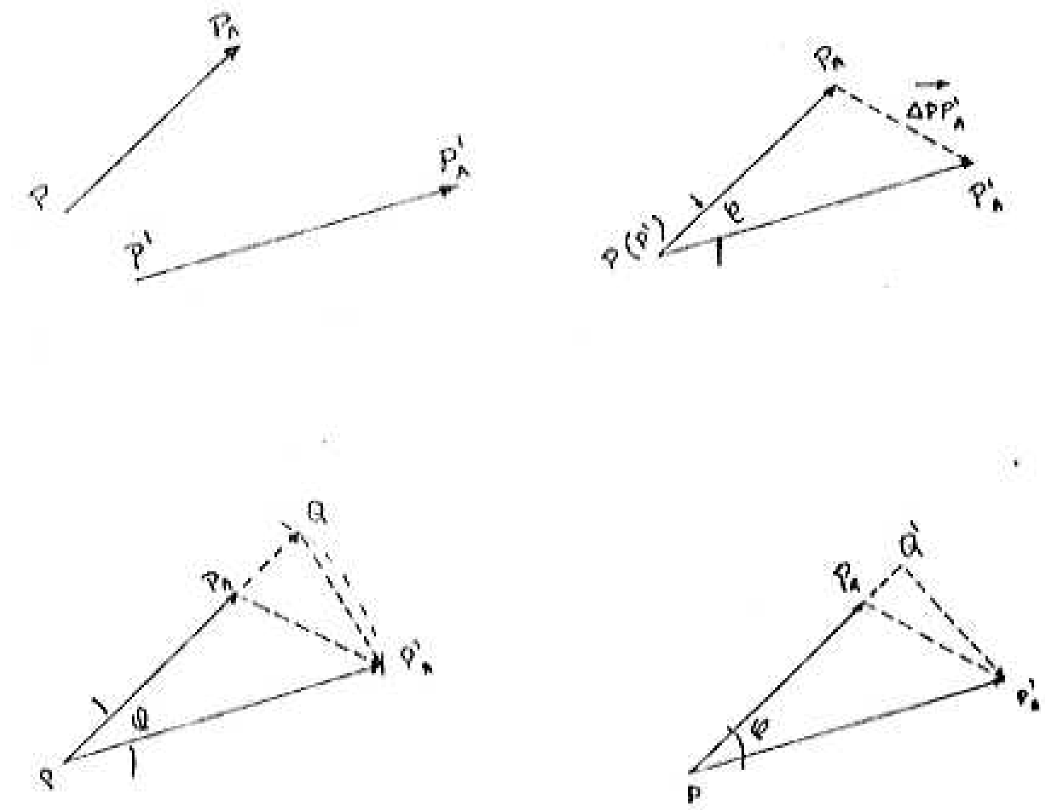
Desplazamiento de un sistema



Desplazamiento de una Sección

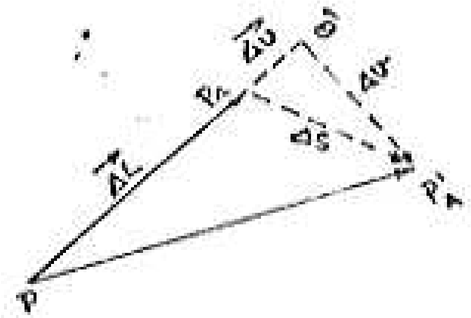


DEFORMACIÓN (1/4)



$$\varphi = tg\,\varphi = \frac{\overrightarrow{Q'P'_A}}{\overrightarrow{PP_A} + \overrightarrow{P_AQ'}} = \frac{\overrightarrow{Q'P'_A}}{\overrightarrow{PP'_A}}$$

DEFORMACIÓN (2/4)



DEFORMACION DE UN PUNTO : $\vec{\varepsilon}_L + \vec{\mu} = \varepsilon_{AL}$

$$\vec{\varepsilon}_{AL} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\vec{\Delta S}}{\Delta L} = \frac{\vec{ds}}{d\ell}$$

DEFORMACION LINEAL :

$$\vec{\varepsilon}_L = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\vec{\Delta U}}{\Delta L} = \frac{\vec{du}}{d\ell}$$

DEFORMACION ANGULAR O DISTORSION

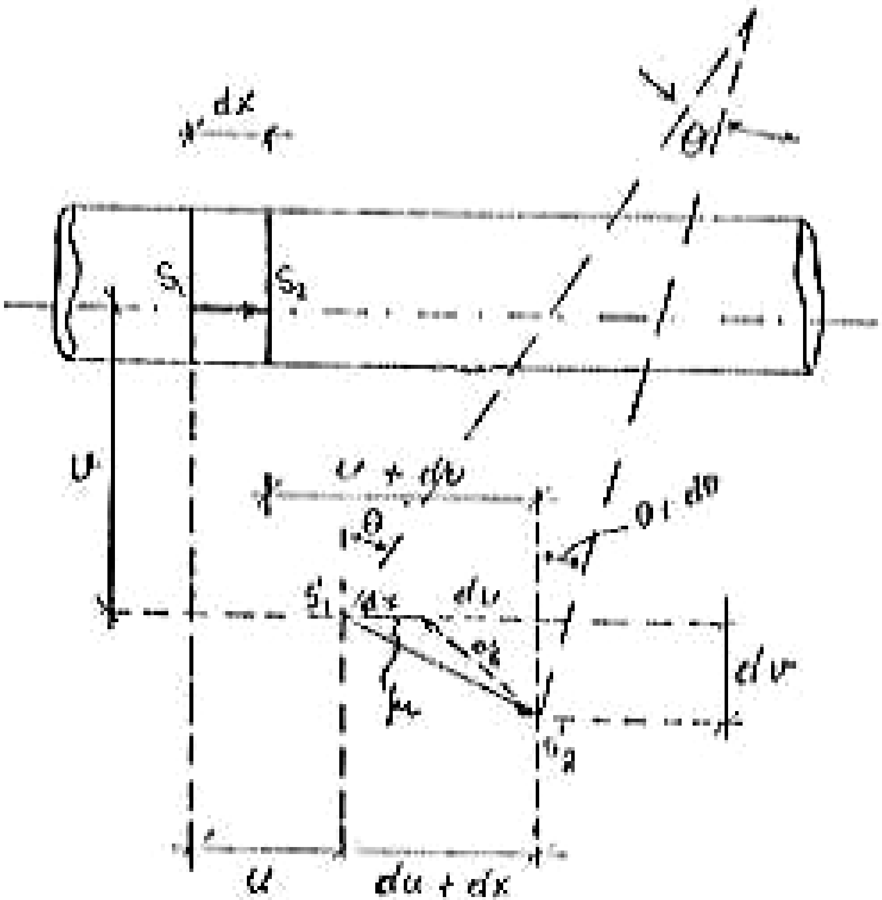
$$\vec{\mu} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\vec{\Delta V}}{\Delta L} = \frac{\vec{dv}}{d\ell}$$

$$\vec{\varepsilon}_L = \vec{\varepsilon}_x + \vec{\varepsilon}_y + \vec{\varepsilon}_z$$

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{xy} + \vec{\mu}_{xz} + \mu_{yz}$$

DEFORMACIÓN (3/4)

BARRA PLANA



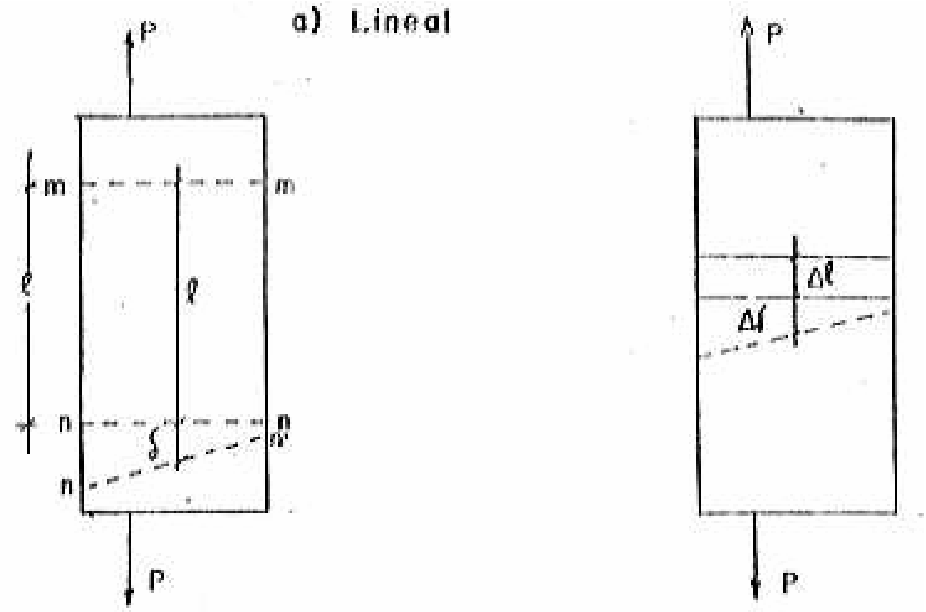
$$\varepsilon_L = \frac{du}{dx}$$ (DILATACION)

$$\mu = \frac{dv}{dx}$$ (DISTORSION)

$$\varepsilon_{AL} = \frac{ds}{dx}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dx}$$ (ROTACION)

DEFORMACIONES (total y unitaria 1/2)

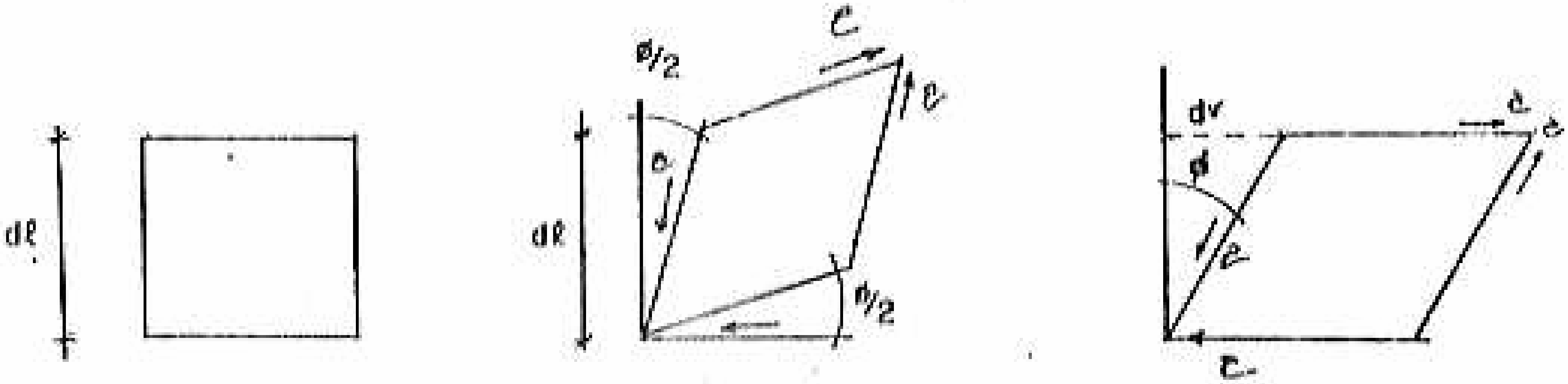


$$\varepsilon_M = \frac{\delta}{\ell} \qquad \varepsilon_M = \frac{\Delta\delta}{\Delta\ell}$$

$$\varepsilon = \lim_{\Delta\ell \to 0} \frac{\Delta\vec{\delta}}{\Delta\ell} = \frac{d\vec{\delta}}{d\ell}$$

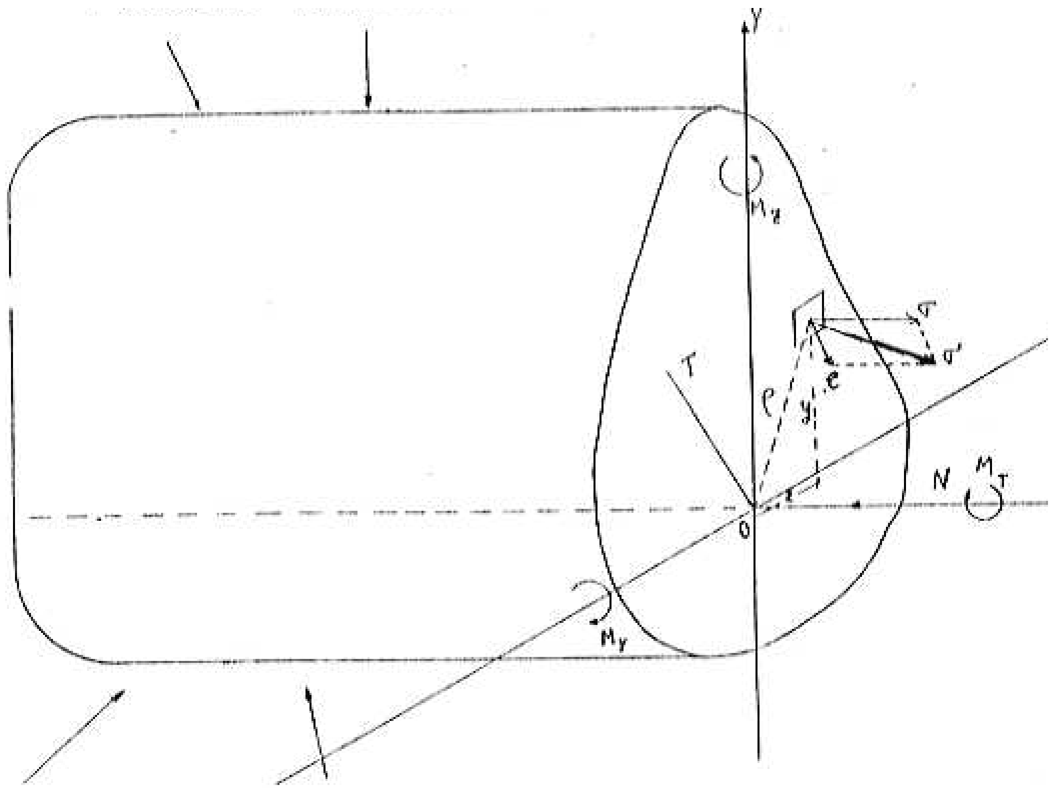
DEFORMACIONES (total y unitaria 2/2)

b) Angular



$$\gamma = \frac{d\vec{V}}{d\ell} = \text{tg}\ \phi = \phi$$

Relaciones entre las Tensiones y las Fuerzas internas en una sección



$$\int_A \vec{\sigma}\, dA = \vec{N}$$

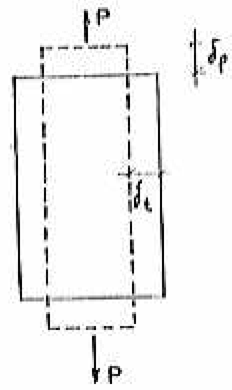
$$\int_A \vec{\tau}\, dA = \vec{T}$$

$$\int_A \vec{\sigma}\, y\, dA = M_y$$

$$\int_A \vec{\sigma}\, z\, dA = M_z$$

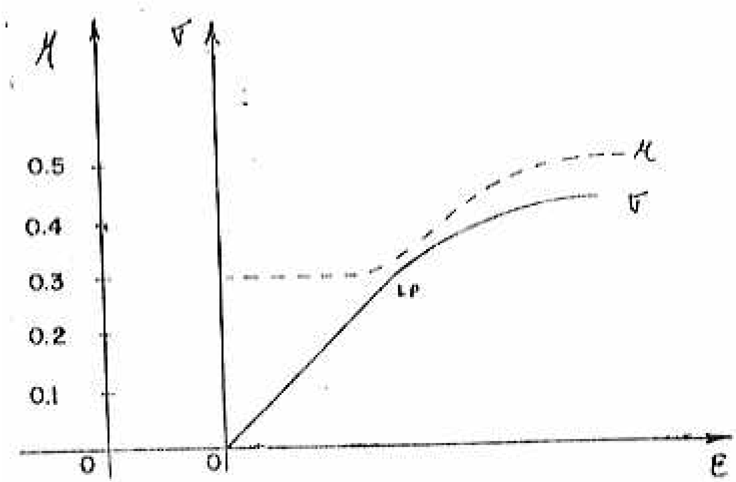
$$\int_A \tau\, \rho\, dA = M_T$$

Coeficiente de Poisson (μ)



$$\mu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$$

$$0 < \mu < 0.5$$



Próxima clase: Hipótesis Simplificatorias