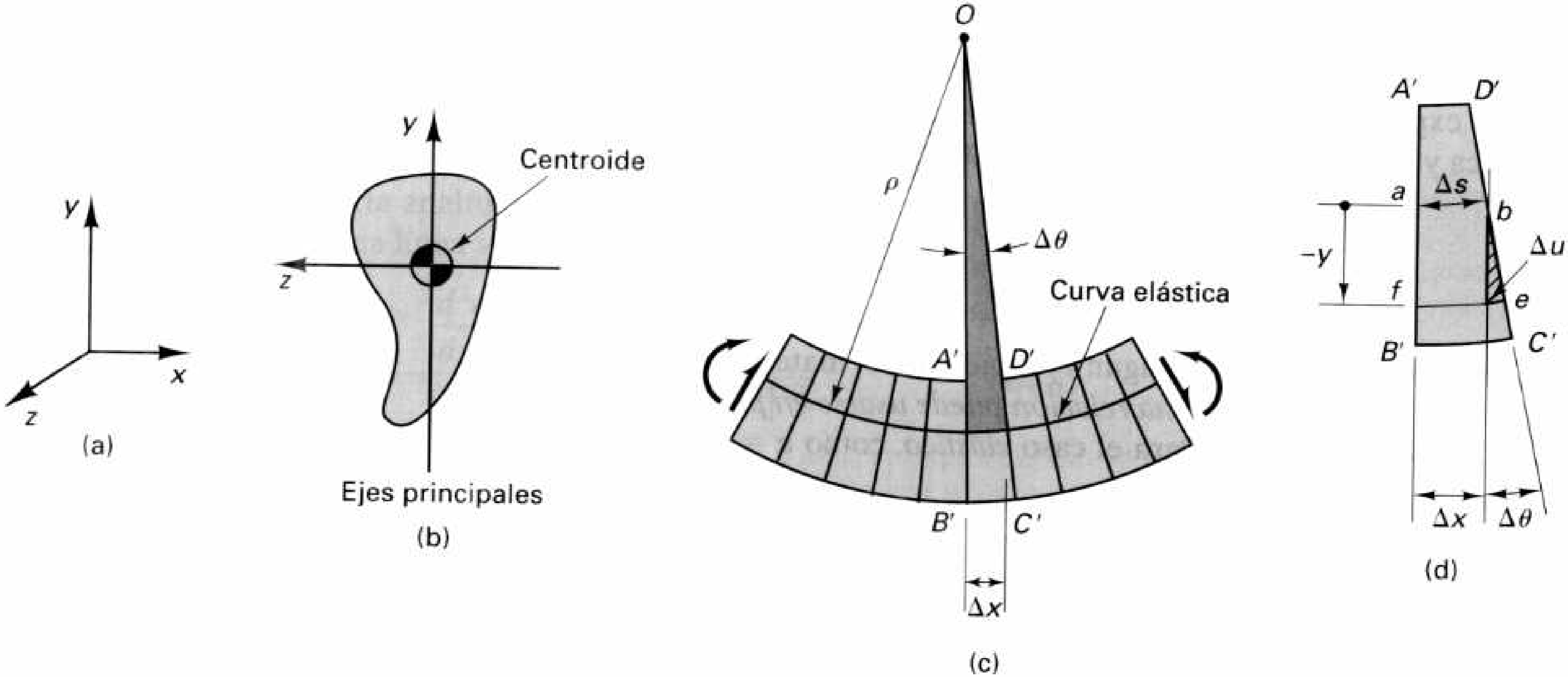
Deflexión en la Flexión

Clase 11

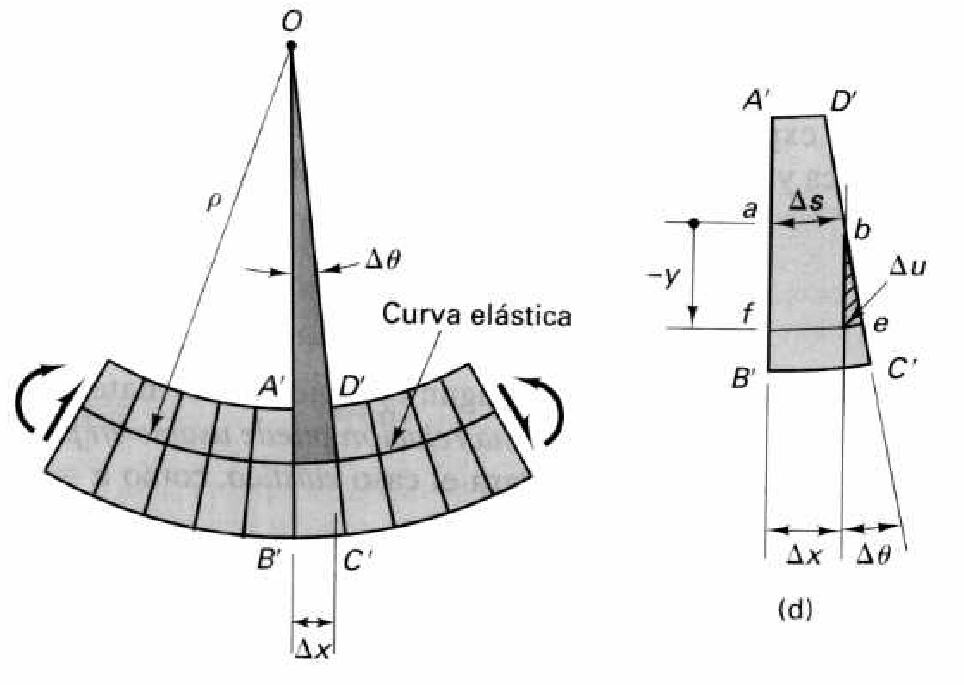
Estudio de los desplazamientos, Método de Integración, Teoremas de Mohr, Método utilizando los Teoremas de Mohr, Viga de Sección Variable

Flexión Pura – Procedimiento alternativo de deducción de la fórmula



Deformación de una viga en flexión.

Flexión Pura – Procedimiento alternativo para deducir la fórmula



$$\Delta u = -y.\Delta\theta$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} = -y \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} \Rightarrow \frac{du}{ds} = -y \frac{d\theta}{ds}$$

$$\frac{du}{ds} = \varepsilon$$

$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho} = \kappa$$

$$\frac{1}{\rho} = \kappa = -\frac{\varepsilon}{y}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E.I}$$

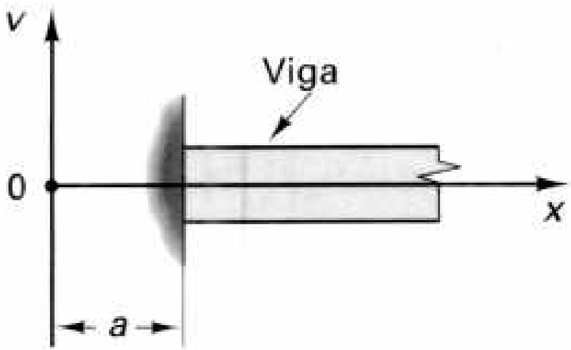
Flexión Pura – Procedimiento alternativo para deducir la fórmula

$$\frac{1}{\rho}=\frac{\dfrac{d^2v}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dv}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}=\frac{v''}{\left[1+(v`)^2\right]^{3/2}}$$

Donde **x** y **v** son las coordenadas de un punto sobre la curva; para el problema que estamos tratando, la distancia **x** localiza un punto sobre la curva elástica de una viga flexionada, y **v** da la deflexión del mismo punto con respecto a su posición inicial

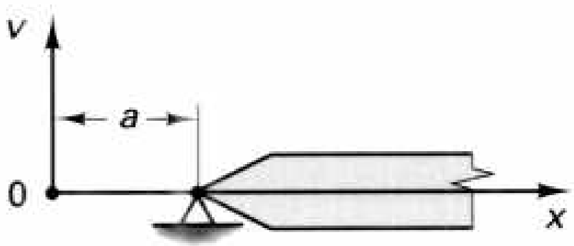
Como la pendiente de la elástica es muy pequeña, se verifica que **v´=dv/dx** es muy pequeño; por lo tanto el cuadrado de **v´** es una cantidad ignorable respecto de la unidad, simplificándose la ecuación anterior como: $1/\rho \approx d^2v/dx^2$

Condiciones de frontera



$$\begin{cases} v(a) = 0 \\ \theta(a) = v'(a) = 0 \end{cases}$$

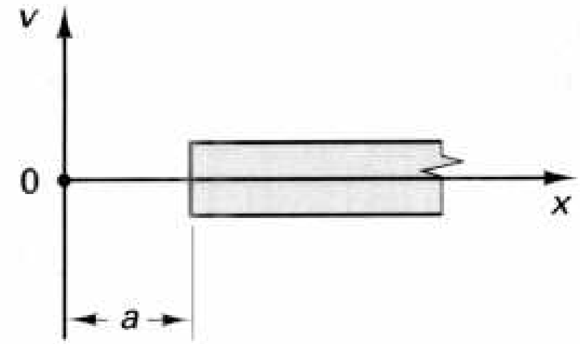
(a) Empotramiento



$$\begin{cases} v(a) = 0 \\ M(a) = EIv''(a) = 0 \end{cases}$$

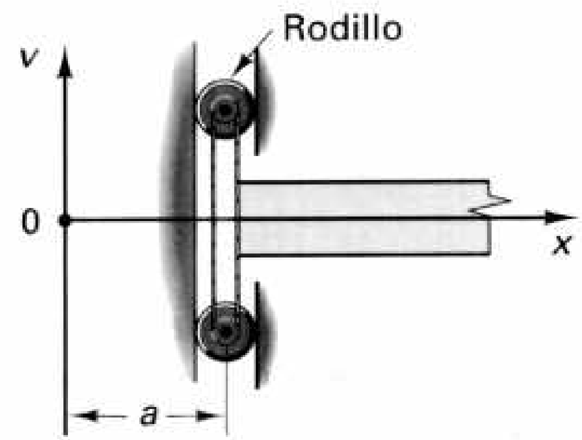
(b) Soporte simple

Condiciones homogéneas de frontera para vigas con EI constante. En (a) ambas condiciones son *cinemáticas*; en (c) ambas son *estáticas*; en (b) y (d) las condiciones son mixtas.



$$\begin{cases} M(a) = EIv''(a) = 0 \\ V(a) = EIv'''(a) = 0 \end{cases}$$

(c) Extremo libre



$$\begin{cases} \theta(a) = v'(a) = 0 \\ V(a) = EIv'''(a) = 0 \end{cases}$$

(d) Soporte guiado

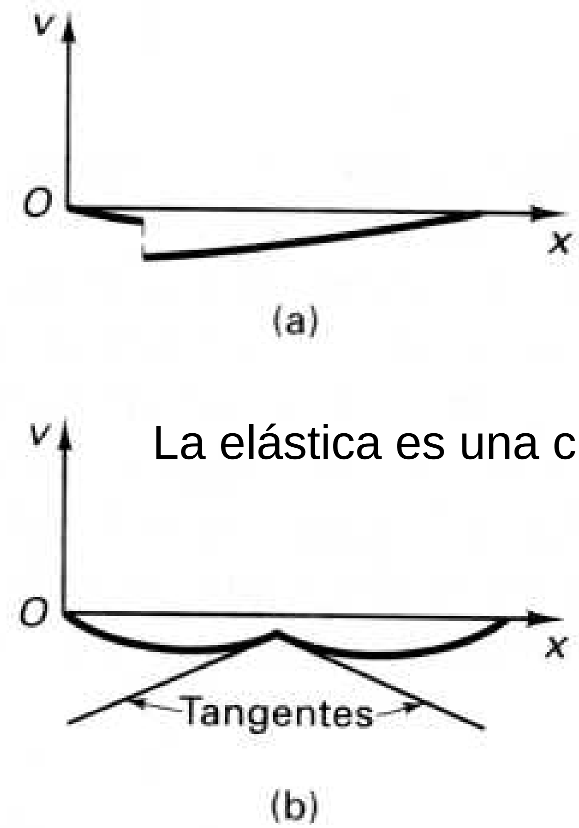
Consideraciones sobre la elástica

$$\frac{dv}{dx} = \theta$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{E.I}$$

$$\frac{dM}{dx} = V$$

$$\frac{dV}{dx} = q$$

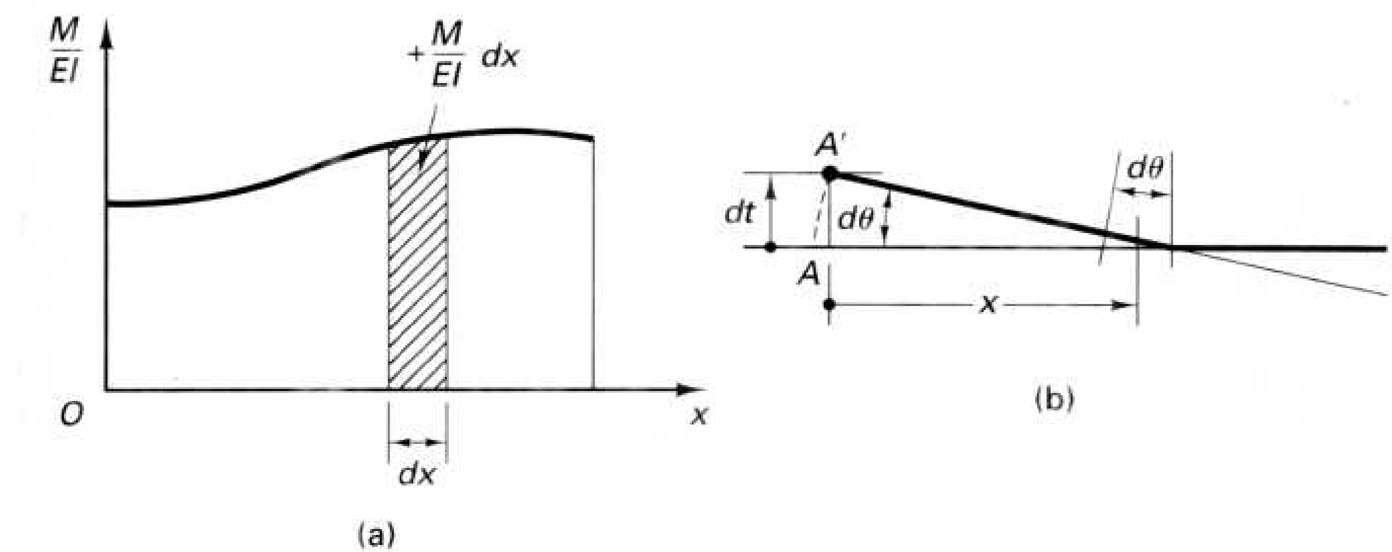


La elástica es una curva contínua

Condiciones geométricas inaceptables en una curva elástica continua.

Teoremas de Mohr

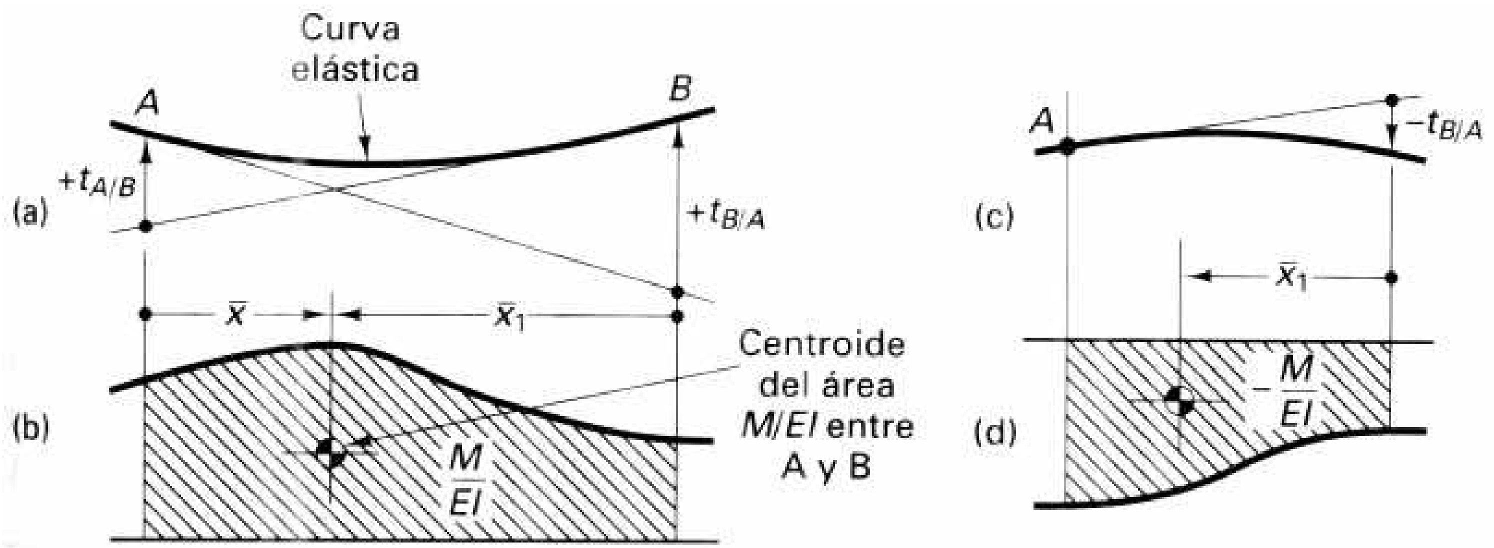
Teorema 1: la evaluación numérica del diagrama de M/EI comprendida entre las ordenadas en dos puntos de la elástica, da la desviación angular entre las tangentes correspondientes



Interpretación de un pequeño cambio angular en un elemento.

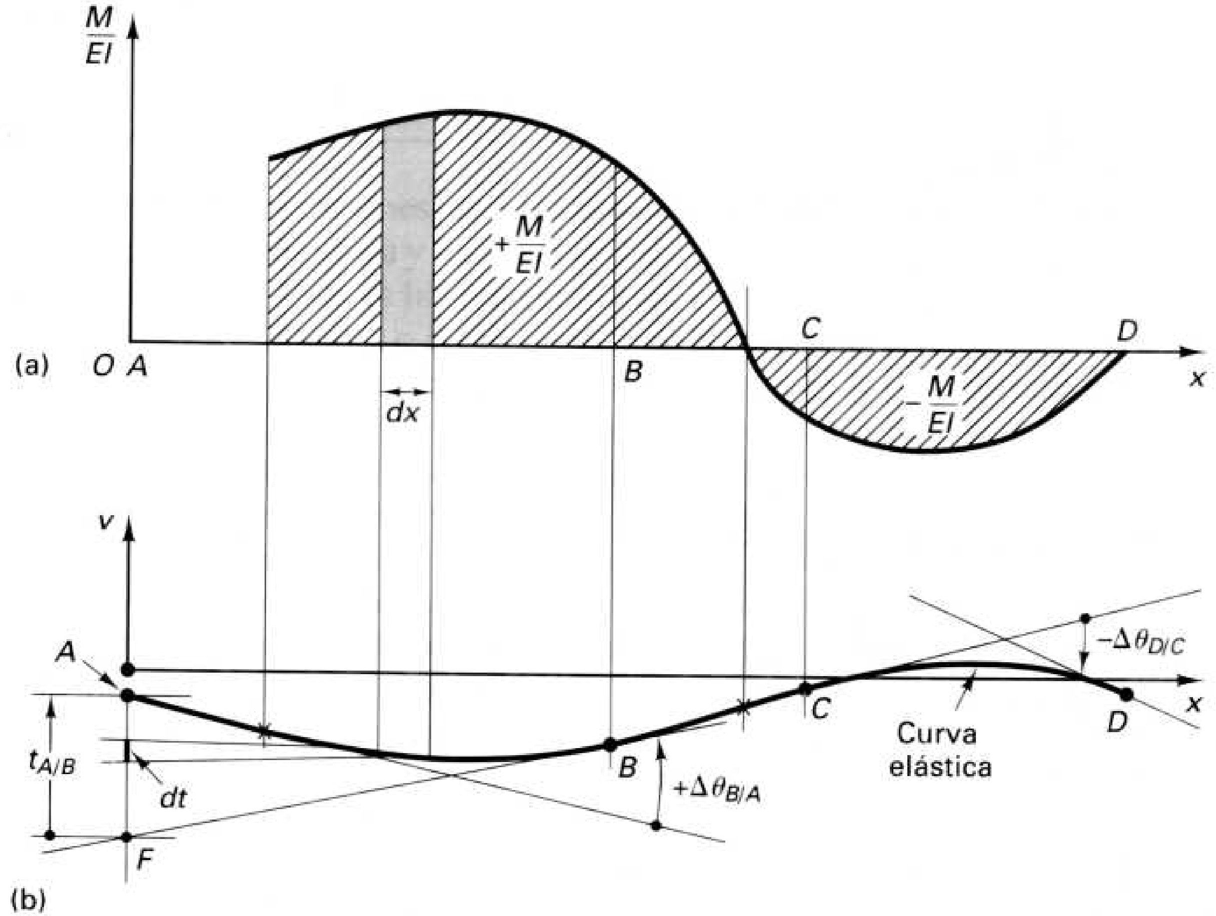
Teoremas de Mohr

Teorema 2: La desviación tangencial de un punto B de la elástica con respecto a la tangente en otro punto A de tal curva es igual al momento estático del área limitada en el diagrama de M/EI con respecto a la vertical que pasa por B



Interpretación de los signos para la desviación tangencial.

Ejemplo aplicación de Teoremas



Relación entre el diagrama M/EI y la curva elástica.

Teoremas de Mohr

Teorema 1

$$d\theta = \frac{M}{EI}\,dx$$

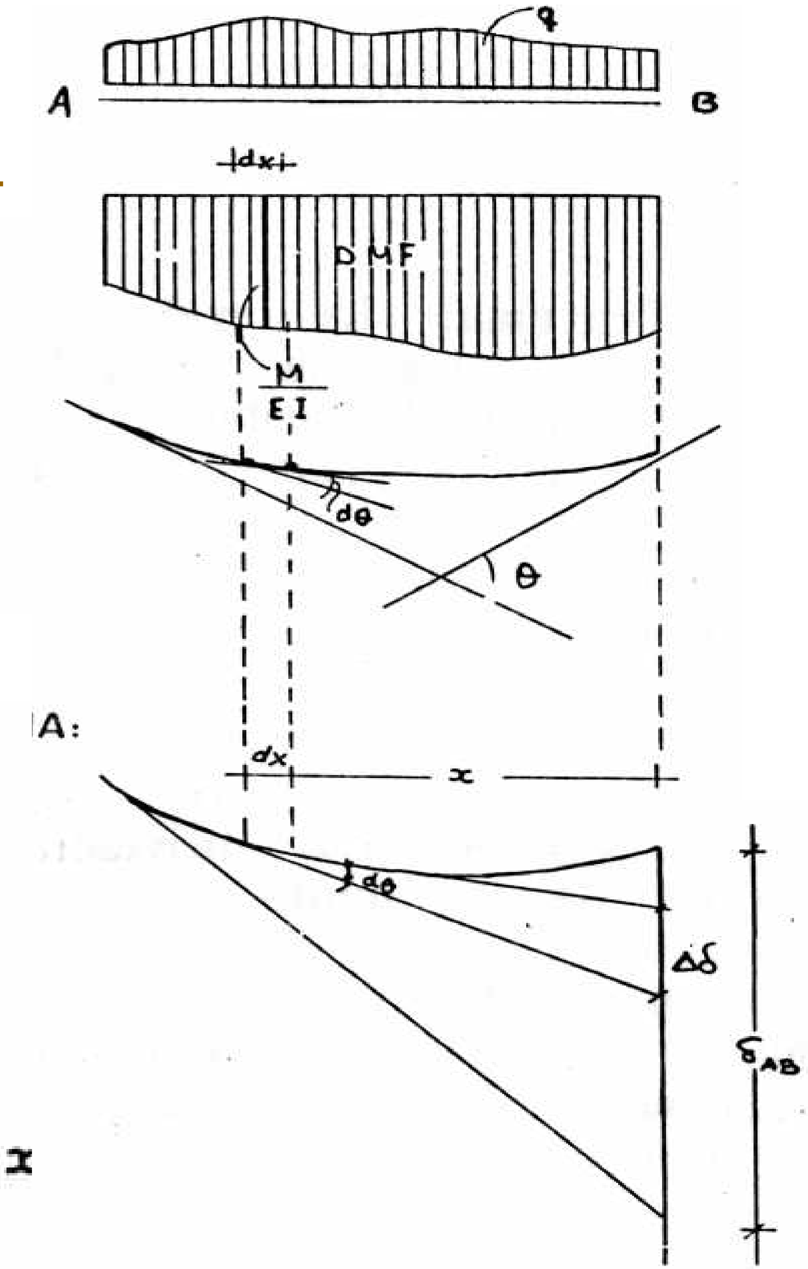
$$\theta = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx$$

Teorema 2

$$\Delta\delta = x\,d\theta$$

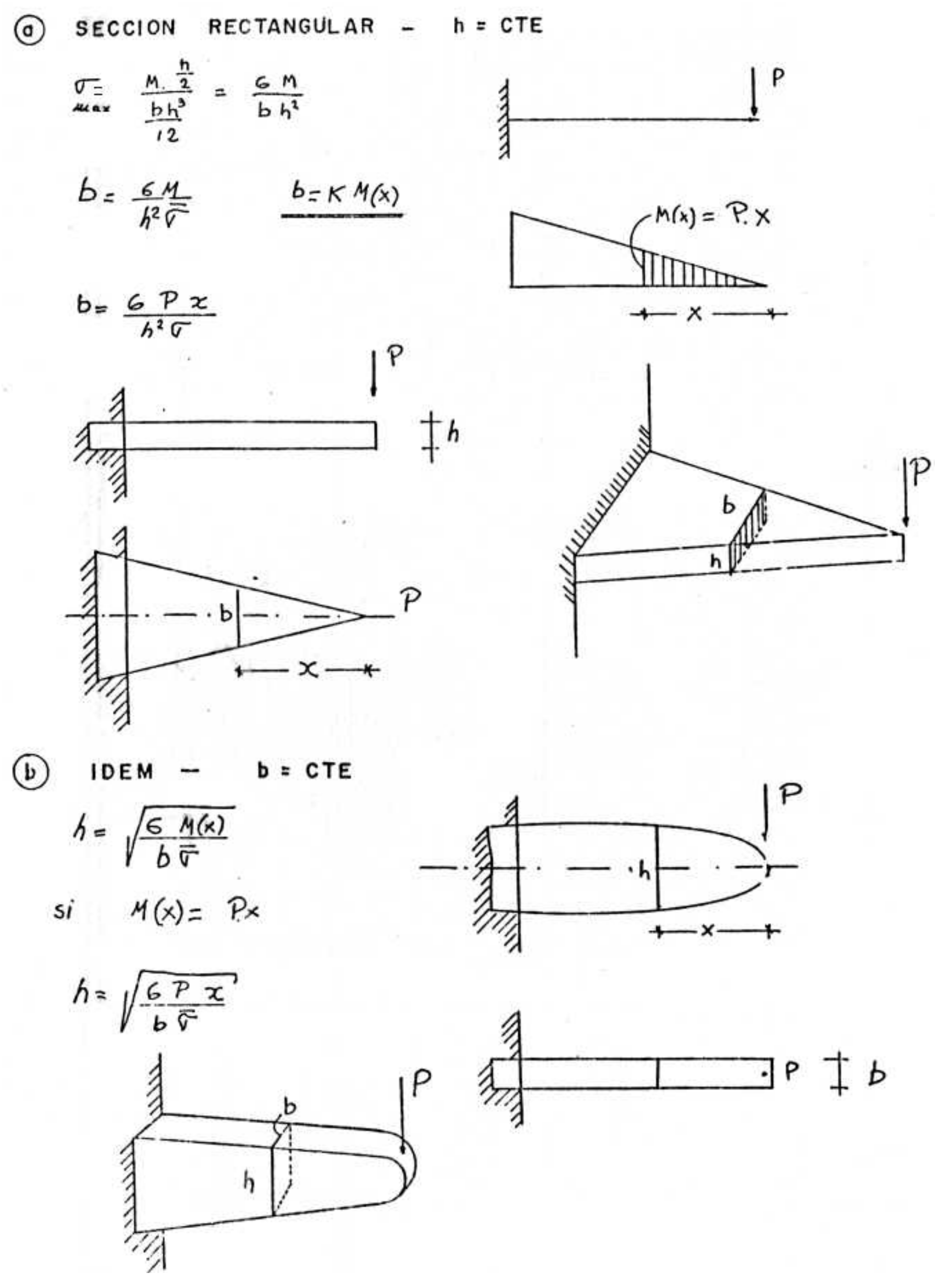
$$\Delta\delta = \frac{M\,x\,dx}{EI}$$

$$\delta_{AB} = \int_A^B \frac{M x}{EI}\,dx$$



Vigas de sección variable:

Piezas de igual resistencia



Próxima Clase: Método de la Viga Conjugada, Ejercicios, Influencia de la Temperatura, Cálculo por rigidez elástica

Fin