

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA**



CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA (CPI)

**EJERCITARIO PRÁCTICO DE
GEOMETRÍA ANALÍTICA**

AÑO 2014

TRASLACIÓN Y/O ROTACIÓN DE EJES-EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- El origen de coordenadas se ha trasladado (sin cambiar la dirección de los ejes), al punto $O'(-3; 5)$. Los puntos: $A(-1; 3)$; $B(3; -2)$ y $C(0; -4)$ están referidos al nuevo sistema de coordenadas $(X'O'Y')$. Calcular las coordenadas de estos puntos en el sistema XOY .
- 2- Los puntos $A(1; -3)$; $B(2; -5)$ y $C(-2; -1)$ están referidos a un sistema de coordenadas que se ha trasladado paralelamente al punto B. Hallar las coordenadas de los puntos en el nuevo sistema.
- 3- Determinar las coordenadas del origen O' del nuevo sistema, si las fórmulas de transformación de coordenadas están dadas mediante las siguientes relaciones:
a) $x = x' - 3$; $y = y' - 5$ b) $x = x + 2$; $y = y' - 1$ c) $x = x' + 5$; $y = y'$
- 4- Los puntos: $A(3; -4)$ y $B(2; 3)$ están referidos al sistema de coordenadas XOY . Determinar las coordenadas del nuevo origen O' sabiendo que en este sistema trasladado, el punto A se sitúa en el eje de abscisas y el punto B en el eje de ordenadas.
- 5- Dada la ecuación de la recta: $2x + y + 6 = 0$, determinar las nuevas ecuaciones de las rectas tales que, al trasladar el sistema de ejes coordenados a lo largo del eje de abscisas, la ecuación de la recta dada, forme con los nuevos ejes coordenados un triángulo de área igual a $32 u^2$.
- 6- Luego de un giro del sistema de coordenadas, la ecuación de la recta: $3x + 2y + 7 = 0$ queda transformada en la ecuación: $(3\sqrt{3} + 2)x' + (2\sqrt{3} - 3)y' + 14 = 0$. Determinar el ángulo de giro.
- 7- En un sistema de ejes coordenados cartesiano se conocen los puntos $A(9; -3)$ y $B(-6; 5)$ Si los ejes se trasladan primeramente en forma paralela de forma tal que el nuevo origen sea el punto A, y luego giran de forma que el eje positivo de abscisas coincida con el segmento AB. Deducir las fórmulas transformación de las coordenadas.
- 8- Por medio de una traslación paralela de los ejes coordenados y luego de un giro de los mismos ejes, verificar si los puntos: $P(-5; 2)$, $Q(-1; 5)$ y $R(3; 8)$ se encuentran alineados.
- 9- Se conocen los puntos: $M(9; -3)$ y $P(-6; 5)$. El origen de coordenadas se ha trasladado en forma paralela al punto M y los ejes coordenados han girado de tal manera que el nuevo eje de abscisas coincide en dirección y sentido al segmento MP. Deducir las fórmulas de transformación de coordenadas.

RECTAS - EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- Determinar las ecuaciones de las rectas paralelas a la recta de ecuación: $5x + 8y - 12 = 0$ y que disten 6 unidades de la misma.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 2- Determinar las ecuaciones de las rectas perpendiculares a la recta de ecuación: $5x - 7y + 12 = 0$ y que disten 4 unidades del punto $M(-1; 4)$
- 3- Demostrar que no se puede trazar por el punto $B(4; -5)$ una recta, de tal manera que su distancia al punto $C(-2; 3)$ sea igual a 12 unidades.
- 4- Calcular el valor de "k" para que la recta de ecuación: $y + 5 = k(x - 3)$ diste 3 unidades del punto $M(4; -3)$
- 5- Hallar la ecuación general de la recta que forme un ángulo de 150° con el eje positivo de abscisas y diste 5 unidades del punto $M(-3; 4)$. Gráfico.
- 6- Determinar la ecuación vectorial, paramétrica y general de una recta que pase por el punto $A(2; 3)$, si su vector direccional $V(a; b; 0)$ es tal que $\vec{V} \cdot \vec{W} = 5$ y $\vec{V} \wedge \vec{W} = 5 \vec{k}$, siendo $\vec{W} = 3\vec{i} + \vec{j}$
- 7- Dada la ecuación general de la recta: $2x - 3y - 7 = 0$, determinar sus ecuaciones paramétricas.
- 8- Determinar el punto simétrico del punto $P(-6; 4)$ con relación a la recta de ecuación: $4x - 5y + 3 = 0$. Gráfico.
- 9- La diagonal menor de un rombo tiene la misma longitud que sus lados y sus extremos se encuentran en los vértices: $A(-3; -2)$ y $C(1; 2)$. Determinar los otros vértices.
- 10- Determinar el valor de "m" para que las rectas de ecuaciones: $x + y - 1 = 0$; $mx + y - 2 = 0$; $x + my - 3 = 0$ se intercepten en un solo punto. Gráfico
- 11- Averiguar en qué ángulo (agudo u obtuso), formado por las rectas de ecuaciones:
 $3x - 5y - 4 = 0$ y $x + 2y + 3 = 0$, está ubicado el punto $P(-1; 5)$
- 12- Hallar la ecuación de la bisectriz del ángulo formado por las rectas cuyas ecuaciones son: $2x - 3y - 5 = 0$ y $6x - 4y + 7 = 0$, que es adyacente al ángulo que contiene al punto $Q(2; -1)$
- 13- Los puntos: $A(-2; 0)$, $B(10; 0)$ y $C(0; 4)$ son vértices de un triángulo. Determinar la ecuación de la recta que sea paralela al lado AC y que corte al triángulo en dos polígonos equivalentes.
- 14- Demostrar que el segmento de recta determinado por los puntos: $A(-2; -3)$ y $B(1; -2)$ no corta a la recta de ecuación: $2x - 3y + 6 = 0$.
- 15- Los vértices consecutivos de un cuadrilátero son los puntos: $A(-1; 6)$, $B(1; -3)$, $C(4; 10)$ y $D(9; 0)$. Determinar si éste cuadrilátero es convexo.
- 16- Los puntos: $O(0; 0)$, $A(16; 0)$ y $B(0; 4)$ son vértices de un triángulo. Determinar la ecuación de la recta que pasando por el punto $M(12; 1)$ corte al triángulo en dos polígonos equivalentes.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 17- Determinar un punto de la recta de ecuación: $3x + y + 4 = 0$ que equidiste de los puntos $A(-5; 6)$ y $B(3; 2)$
- 18- Hallar las ecuaciones de los lados de un triángulo conociendo su vértice $C(4; -1)$ y las ecuaciones de la altura: $2x - 3y + 12 = 0$, la mediana: $2x + 3y = 0$, trazadas desde el vértice B.
- 19- Hallar las ecuaciones de los lados del triángulo ABC, conociendo el vértice $A(2; -1)$ y las ecuaciones de las rectas trazadas desde otro de sus vértices, que son
La de su altura: $7x - 10y + 1 = 0$, y la de su bisectriz: $3x - 2y + 5 = 0$
- 20- Los puntos: $A(-1; 3)$ y $B(3; -3)$ son vértices de un triángulo isósceles ABC que tiene su vértice C sobre la recta de ecuación: $2x - 4y + 3 = 0$ siendo AC y BC los lados iguales. Calcular las coordenadas del vértice C.
- 21- Dados los vértices de un triángulo: $A(-5; 6)$, $B(-1; -4)$ y $C(3; 2)$, demostrar que los puntos de intersección de las medianas, de las alturas y de las mediatrices, están en línea recta.
- 22- Dados los lados: AB, BC, CD y DA del cuadrilátero ABCD mediante sus respectivas ecuaciones $AB: 5x + y + 13 = 0$; $BC: 2x - 7y - 17 = 0$; $CD: 3x + 2y - 13 = 0$; $DA: 3x - 4y + 17 = 0$, hallar las ecuaciones de sus diagonales AC y BD sin determinar las coordenadas de sus vértices.
- 23- Hallar las ecuaciones de las rectas que pasando por el punto $P(2; -1)$ forman con las rectas de ecuaciones: $2x - y + 5 = 0$ y $3x + 6y - 1 = 0$ triángulos isósceles.
- 24- El centro del haz de rectas: $(2x + 3y + 5) + \lambda(3x - y + 2) = 0$, es uno de los vértices de un triángulo, dos de cuyas alturas están dadas mediante las ecuaciones: $x - 4y + 1 = 0$ y $2x + y + 1 = 0$. Hallar las ecuaciones de los lados del triángulo.
- 25- Se tiene la ecuación de un haz de rectas: $(5x + 2y + 4 = 0) + \lambda(x + 9y - 25) = 0$. Determinar las ecuaciones de las rectas de este haz, tales que formen con las rectas de ecuaciones: $2x - 3y + 5 = 0$; $12x + 8y - 7 = 0$, triángulos isósceles.
- 26- Determinar las ecuaciones de las rectas del haz: $(4x - 8y - 27) + \lambda(4x - 6y - 21) = 0$, tales que formen con los ejes cartesianos coordenados triángulos de 8 unidades de área.

CIRCUNFERENCIAS - EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- Determinar la ecuación de la circunferencia que pase por los puntos $A(1, -4)$ y $B(5, 2)$ y su centro esté en la recta: $x - 2y + 9 = 0$
- 2- Hallar la ecuación de la circunferencia que pase por los puntos:
 $A(1; 1)$; $B(1; -1)$ $C(2; 0)$.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 3- Dado el punto $A(1; 3)$ de una circunferencia de radio $\sqrt{10}$, hallar su ecuación sabiendo que el otro extremo del diámetro que pasa por A está sobre la recta: $x + y - 2 = 0$
- 4- Hallar la ecuación de la circunferencia que intercepte a la recta: $y = x + 2$ en los puntos $A(1; 3)$ y $B(3; 5)$ y tenga su centro ubicado a 4 unidades de dicha recta.
- 5- Hallar los puntos de intersección de la circunferencia: $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ y la recta: $3x - 4y + 43 = 0$.
- 6- Dadas las ecuaciones de las circunferencias: $x^2 + y^2 + 3x - 2y - 3 = 0$ y $x^2 + y^2 + 2x - y - 3 = 0$ determinar sus puntos de intersección.
- 7- Encontrar la longitud de la cuerda de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ que pasa por el punto $P(5, 7)$ y es paralela a la tangente por el punto $Q(2; -2)$
- 8- Por el punto $A(20; 20)$, trazar una recta que determine en la circunferencia de ecuación $(x - 9)^2 + (y - 9)^2 = 25$, una cuerda de 8 un. de longitud.
- 9- Hallar las ecuaciones de las dos rectas tangentes trazadas por el punto $P(8; 9)$ a la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$
- 10- Encontrar la ecuación de la circunferencia que sea tangente a la recta: $x - 2y + 2 = 0$ en el punto $P(8; 5)$, y que pase por $Q(12; 9)$
- 11- Hallar las ecuaciones de las circunferencias que teniendo sus centros en la recta: $4x - 5y - 3 = 0$, sean tangentes a las rectas de ecuaciones: $2x - 3y - 10 = 0$, y $3x - 2y + 5 = 0$
- 12- Hallar las ecuaciones de las circunferencias que sean tangentes a las rectas de ecuaciones: $3x + 4y - 35 = 0$; $3x - 4y - 35 = 0$; $x - 1 = 0$
- 13- Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0$ y que sean paralelas a la recta de ecuación: $2x + y - 7 = 0$
- 14- Hallar las ecuaciones de las circunferencias circunscriptas al triángulo cuyos vértices son: $P_1(-1; 1)$; $P_2(3; 5)$ y $P_3(5; -3)$
- 15- Hallar en la circunferencia $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$ el punto que esté más próximo de la recta de ecuación: $8x - 4y + 73 = 0$
- 16- Desde el punto $P(4; -4)$ se han trazado tangentes a: $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$, determinar la longitud "d" de la cuerda que une los puntos de tangencias.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

PARÁBOLAS - EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- Hallar la ecuación de la parábola conociendo el vértice $V(2; -1)$; foco $F(5; -1)$
- 2- Hallar la ecuación de la parábola si el vértice está en $V(0; 0)$, su eje tiene por ecuación: $y=0$; y pasa por $P(4; 5)$
- 3- Dadas las ecuaciones de las parábolas, determinar: foco y ecuación de la directriz.
a) $x^2 = -12y$ b) $y^2 = 3x$ c) $y^2 + x = 0$ d) $x^2 - 4y = 0$
- 4- En cada una de las ecuaciones siguientes, determinar: vértice; foco; ecuación de la directriz: a) $y^2 = 4x - 8$; b) $x^2 = 6y + 2$; c) $y^2 = 4 - 6x$; d) $x^2 = 2 - y$
- 5- Dada las ecuaciones de las parábolas, en cada caso determinar: focos, vértices, ecuación de la directriz
a) $y^2 + 2y - 16x - 31 = 0$ b) $x^2 - 4x + y = 0$ c) $y^2 + 4y + 16x - 44 = 0$
d) $x^2 - 8x - 6y + 14 = 0$
- 6- Hallar la intersección de la recta: $x + y - 3 = 0$ y la parábola: $x^2 = 4y$
- 7- Determinar los puntos de intersección entre la recta: $3x + 4y - 12 = 0$ y la parábola: $y^2 = -9x$.
- 8- Determinar los puntos de intersección entre la recta: $3x - 2y + 6 = 0$ y la parábola: $y^2 = 6x$.
- 9- Hallar la ecuación de la parábola con foco en $F(2; 3)$ y directriz: $x + y + 1 = 0$. (Gráfico)
- 10- Una parábola tiene su eje paralelo al eje de ordenadas y pasa por los puntos $A(0; 1)$, $B(1; 0)$ y $C(2; 0)$. Encontrar su ecuación. (Gráfico)
- 11- Determinar la ecuación de la cuerda de la parábola $y^2 = 12x$ que sea perpendicular a su eje y tenga una longitud $L = 12$. (Gráfico)
- 12- Hallar en la parábola de ecuación $y^2 = 64x$ el punto M más próximo a la recta de ecuación $4x + 3y - 14 = 0$ (Gráfico)
- 13- Hallar la ecuación de la recta que sea tangente a la parábola $y^2 = 8x$ y paralela a la recta de ecuación $2x + 2y - 3 = 0$. (Gráfico)
- 14- Hallar en la parábola $y^2 = 16x$ los puntos cuyos radios focales sean iguales a 13 unidades. (Gráfico)
- 15- Encontrar un punto "M" de la parábola $x^2 = 8y$, de forma tal que el triángulo formado por el punto M , el foco y el vértice de la parábola formen un triángulo de 12 unidades de área. (Gráfico)
- 16- Determinar las rectas del haz: $y = mx - 81$ que sean tangentes a la parábola: $x^2 = 36y$

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

ELIPSES - EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- En cada ecuación dada determinar: las coordenadas de los focos y de los vértices; el valor de la excentricidad y la longitud de la cuerda focal mínima.
 - a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$
 - b) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$
 - c) $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$.
- 2- Las siguientes elipses tienen centro en el origen de coordenadas, determinar sus ecuaciones para las condiciones dadas:
 - a) un foco en $F(3/4; 0)$ y un vértice en $A(1; 0)$
 - b) un foco en $F(0; -2)$ y eje menor mide 4
 - c) focos en el eje OX, excentricidad $e = 2/3$ y pasa por $P(2; -5/3)$
 - d) focos en el eje OY, excentricidad $e = 12/13$ y la distancia focal es 8
 - e) focos en el eje OY, distancia entre sus directrices $32/3$ y excentricidad $e = 3/4$
- 3- Hallar la ecuación de la elipse con centro en el origen de coordenadas, focos sobre el eje de abscisas y las condiciones siguientes:
 - a. sus semiejes son iguales a 5 y 2
 - b. su eje mayor es igual a 10 y la distancia focal es 8
 - c. su eje menor es 24 y la distancia focal es 10
 - d. la distancia entre sus focos es 6 y la excentricidad es $3/5$
 - e. su eje mayor es 20 y la excentricidad es $3/5$
 - f. la distancia entre sus directrices es 5 y la distancia focal es 4
 - g. la distancia entre sus directrices es 32 y la excentricidad mide $1/2$
- 4- Hallar la ecuación de la elipse con centro en el origen de coordenadas, focos sobre el eje de ordenadas y las condiciones siguientes:
 - a. sus semiejes son iguales a 7 y 2
 - b. su eje mayor es igual a 10 y la distancia focal es 8
 - c. su eje menor es 16 y la excentricidad es igual a $3/5$
 - d. la distancia entre sus focos es 24 y la excentricidad es $12/13$
 - e. la distancia entre sus directrices es $50/3$ y la distancia focal es 6
 - f. la distancia entre sus directrices es $32/3$ y la excentricidad mide $3/4$
- 5- Dada la elipse: $9x^2 + 5y^2 = 45$; determinar:
 - a) sus ejes
 - b) sus focos
 - c) su excentricidad
 - d) ecuación de sus directrices
- 6- Hallar la ecuación de la elipse cuyo eje mayor mide $2a = 10$ y los focos están situados en $F_1(2; -1)$ y $F_2(2; 5)$
- 7- Determinar la ecuación de la elipse con centro en $C(2; 4)$, uno de sus focos está en $F(5; 4)$ y su excentricidad es $e = 3/4$.
- 8- Encontrar la ecuación de la elipse con vértices en $A_1(-1; 2)$ y $A_2(-7; 2)$ y su eje menor mide 2 unidades.
- 9- Determinar la ecuación de la elipse con vértices en los puntos $A_1(1; -4)$; $A_2(1; 8)$ y su excentricidad es $e = 2/3$.

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 10- Hallar la ecuación de la elipse sabiendo que:
- su eje mayor es igual a 26 y los focos son $F_1(-10; 0)$ y $F_2(14; 0)$
 - su eje menor es igual a 2 y los focos son $F_1(-1; -1)$ y $F_2(-1; 1)$
 - sus focos están en $F_1(-2; 3/2)$ y $F_2(-2; -3/2)$ y la excentricidad $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 11- Hallar la ecuación de la elipse si su excentricidad $e = 1/2$, su foco $F(-4; 1)$ y la ecuación de la directriz correspondiente es: $y + 3 = 0$
- 12- Dada la ecuación de elipse: $25x^2 + 16y^2 + 50x + 64y - 311 = 0$, determinar:
- centro;
 - focos;
 - vértices;
 - excentricidad
- 13- Dada la ecuación de elipse: $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$, determinar:
- centro;
 - focos;
 - vértices;
 - excentricidad
- 14- Hallar los puntos de intersección de la recta $x + 2y - 7 = 0$ y la elipse $x^2 + 4y^2 = 25$
- 15- Hallar los puntos de intersección de la recta de ecuación $3x + 10y - 25 = 0$ y la elipse de ecuación $4x^2 + 25y^2 = 100$
- 16- Hallar los puntos de intersección de la recta $2x + y - 10 = 0$ y la elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
- 17- Hallar la pendiente de la recta tangente a la elipse $\frac{(x-5)^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$ y que además pase por el origen de coordenadas.
- 18- Hallar la ecuación de la elipse con excentricidad $e = \frac{1}{2}$, cuyo eje focal coincide con la recta de ecuación $x + y - 1 = 0$, siendo la abscisa de uno de sus focos igual a 3 y la abscisa del centro igual a 5. Grafico
- 19- Determinar la ecuación de una elipse sabiendo que $P(2; -1)$ es un punto de la misma, uno de sus focos es $F(1; 0)$ y la directriz correspondiente al foco dado es la recta de ecuación $y = 2x - 10$.
- 20- Hallar la ecuación de la elipse que tiene por ejes a las rectas de ecuación $x+y-2=0$ y $x-y+2=0$, siendo sus semi ejes respectivamente iguales a 4 y 1.
- 21- Determinar las áreas de los triángulos isósceles, tal que sus bases sean el lado recto de la elipse de ecuación $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$, y sus vértices opuestos sean cada uno de los focos de la elipse dada. Grafico
- 22- Determinar el área de un triángulo rectángulo, tal que dos de sus vértices extremos de uno de sus catetos sean los focos de la elipse de ecuación $\frac{(x+5)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$, y el extremo del otro cateto sea un punto de la elipse dada. Grafico

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

HIPÉRBOLAS - EJERCICIOS NUMÉRICOS

- 1- En cada ecuación dada, determinar: las coordenadas, de los focos y de los vértices; la excentricidad y el valor de la cuerda focal mínima.
a) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{64} = 1$ b) $\frac{y^2}{100} - \frac{x^2}{64} = 1$ c) $4x^2 - y^2 + 4 = 0$

- 2- Las siguientes hipérbolas tienen centro en el origen de coordenadas, determinar sus ecuaciones para las condiciones dadas:
a) un foco en $F(5; 0)$ y un vértice en $A(3; 0)$
b) un foco en $F(0; 5)$ y eje no transversal mide 4
c) eje real sobre el eje OY, eje imaginario mide 8 y excentricidad $e = 5/3$
d) focos en $F(0; \pm 5)$ y eje imaginario igual a 4

- 3- Hallar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen de coordenadas, focos sobre el eje de abscisas y las condiciones siguientes:
a) sus semiejes son $a = 5$ y $b = 2$
b) su eje transversal es igual a 8 y la distancia focal es 10
c) su eje imaginario es 10 y la distancia focal es 24
d) la distancia entre sus focos es 6 y la excentricidad es $5/3$
e) su eje real es 20 y la excentricidad es 2,5

- 4- Hallar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen de coordenadas, focos sobre el eje de ordenadas y las condiciones siguientes:
a) sus semiejes son $a = 2$ y $b = 6$
b) su eje real es igual a 10 y la distancia focal es 14
c) su eje imaginario es 16 y la excentricidad es igual a $5/3$
d) la distancia entre sus focos es 24 y la excentricidad es $12/7$

- 5- Sabiendo que $P(2; 8)$ pertenece a una hipérbola de focos en $F_1(10; 2)$ y $F_2(2; 2)$, determinar su ecuación.

- 6- El centro de una hipérbola es el punto $C(5; 1)$, uno de sus focos está en $F(9; 1)$ y el eje imaginario mide $4\sqrt{2}$. Hallar su ecuación.

- 7- Dada la ecuación de la hipérbola: $9y^2 - 25x^2 - 90y - 50x - 25 = 0$; encontrar su ecuación típica, luego hallar las coordenadas del centro, de los focos, de los vértices, y el valor de la excentricidad.

- 8- Determinar la ecuación de la hipérbola con focos en los puntos $F(3; 4)$; $F'(3; -2)$ y su excentricidad es $e = 2$.

- 9- Hallar los puntos de intersección de la recta y la hipérbola dadas sus ecuaciones:
 $x - y - 3 = 0$; $3x^2 - 12y^2 - 36 = 0$

- 10- Hallar los puntos de intersección de la recta y la hipérbola dadas sus ecuaciones:
 $2x - y - 10 = 0$; $5x^2 - 20y^2 = 100$

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

11- Hallar los puntos de intersección de la recta y la hipérbola dadas sus ecuaciones:

$$7x - 5y = 0; \quad \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

12- Las rectas $4x - 3y + 11 = 0$ y $4x + 3y + 5 = 0$ son asíntotas de una hipérbola que tiene uno de los vértices de su conjugada en $B(-2; 5)$. Determinar su ecuación.

13- Hallar las ecuaciones de las hipérbolas cuyas asíntotas son las rectas de ecuaciones: $x + y + 3 = 0$ y $x - y + 5 = 0$ y cuyos semiejes tienen 5 unidades de longitud.

14- Una hipérbola que pasa por el origen de coordenadas tiene por asíntotas a las rectas de ecuaciones $y = x + 1$ e $y = -x + 3$. Determinar su ecuación. Grafico

15- Determinar la ecuación de la hipérbola cuyos focos se encuentran en los vértices de la elipse de ecuación $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$, y sus directrices pasan por los focos de la elipse dada.

16- Determinar la ecuación de la hipérbola con focos en los puntos $F(3; 4)$; $F'(3;-2)$ si su excentricidades $e = 2$.

17- Determinar la ecuación de la hipérbola de excentricidad $e = \sqrt{5}$, que tenga uno de sus focos en $F(2; -3)$ y la directriz correspondiente a dicho foco sea la recta de ecuación $3x - y + 3 = 0$.

18- Determinar la ecuación de la hipérbola equilátera con focos en los puntos $F_1(9; 0)$ y $F_2(3; -6)$. Definir además sus vértices.

19- Determinar para que valores de "m", la recta de ecuación: $5x - 2y + 2m = 0$ y la hipérbola: $4x^2 - y^2 - 36 = 0$
 a) se cortan b) son tangentes c) no se cortan

$$R: a) -\frac{9}{2} > m > \frac{9}{2}; \quad b) m = \pm \frac{9}{2}; \quad c) -\frac{9}{2} < m < \frac{9}{2}$$

20- La recta de ecuación $2x - y - 4 = 0$ es tangente a una hipérbola cuyos focos están en los puntos $F_1(-3; 0)$ y $F_2(3; 0)$. Determinar su ecuación.

$$R \quad 4x^2 - 5y^2 - 20 = 0.$$

COORDENADAS POLARES - EJERCICIOS NUMÉRICOS

RECTAS

1- Dada la ecuación: $4x + y - 1 = 0$, escribir la misma en coordenadas polares, sabiendo que el eje polar es paralelo y del mismo sentido que el eje de ordenadas y el polo se encuentra en el punto $P(2; 0)$ (Gráfico)

CURSO PREPARATORIO DE INGENIERÍA CPI-2014
EJERCITARIO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 2- Dada la ecuación: $2x + y - 2 = 0$, escribir la misma en coordenadas polares, sabiendo que el eje polar es paralelo y de sentido contrario que el eje de ordenadas y el polo se encuentra en el punto $P(0; 3)$ (Gráfico)
- 3- Dada la ecuación: $x - 2y - 4 = 0$, escribir la misma en coordenadas polares, sabiendo que el eje polar es paralelo y de sentido contrario que el eje de abscisas y el polo se encuentra en el punto $P(0; -1)$ (Gráfico)

CIRCUNFERENCIAS

- 4- Una circunferencia tiene su centro en la circunferencia $\rho = 3$ y el ángulo polar del centro es $\alpha = 30^\circ$. Deducir su ecuación polar sabiendo que la misma es tangente a la recta: $\rho \cos(\theta - 30^\circ) = -2$

PARÁBOLAS

- 5- En coordenadas polares, deducir la ecuación de la parábola cuyo foco esté situado en el punto $F(6; 135^\circ)$ y la ecuación de su directriz sea $\cos(\theta + 45^\circ) = 0$.
- 6- Deducir la ecuación polar de la cónica de excentricidad "e", cuyo foco está en el punto $F(f, 90^\circ)$ y su directriz coincide con el eje polar. Grafico

ELIPSES

- 7- Determinar en la ecuación $\rho = \frac{12}{3 - \sqrt{2} \cos \theta}$, los puntos cuyos radios polares sean iguales a 6. Grafico
- 8- Dada la ecuación en coordenadas polares $\rho = \frac{21}{5 - 2 \cos \theta}$, identificar la cónica que representa y determinar las ecuaciones polares de sus directrices. Graficar
- 9- Para cada una de las ecuaciones dadas en coordenadas polares, identificar la cónica que representa y determinar sus focos, vértices y ecuaciones de sus directrices. Graficar
- a) $\rho = \frac{144}{13 - 5 \cos \theta}$ b) $\rho = \frac{18}{4 - 5 \cos \theta}$ c) $\rho = \frac{21}{5 - 2 \cos \theta}$ d) $\rho = \frac{60}{3 - 3 \cos \theta}$

HIPÉRBOLAS

- 10- Dada la ecuación: $(x + y) \cdot (x - y) = 4$, escribir la misma en coordenadas polares, sabiendo que el eje polar coincide con el eje de abscisas y el polo se encuentra en el punto $P(2; 0)$ Gráfico
- 11- Determinar en la ecuación $\rho = \frac{15}{3 - 4 \cos \theta}$, los puntos cuyos radios polares sean iguales a 3. Grafico